SECRETARÍA ACADÉMICA, DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

DIRECCIÓN DE DOCENCIA E INNOVACIÓN EDUCATIVA

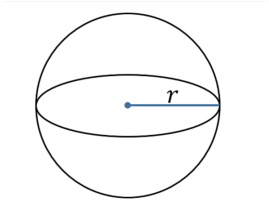
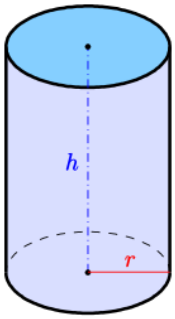
FORMULARIO CIENCIAS BÁSICAS

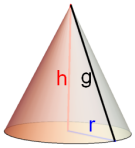
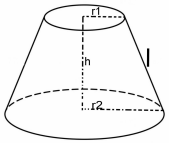
EVENTO NACIONAL ESTUDIANTIL DE CIENCIAS (ENECB)

Av. Universidad 1200, col. Xoco, Alcaldía Benito Juárez, C.P. 03330,
Ciudad de México. Tel. (55) 3600-2511, ext. 65068
e-mail: d_docencia@tecnm.mx www.tecnm.mx
ESPACIO 100% LIBRE DE PLÁSTICO

1 Matemáticas

1.1 Geometría

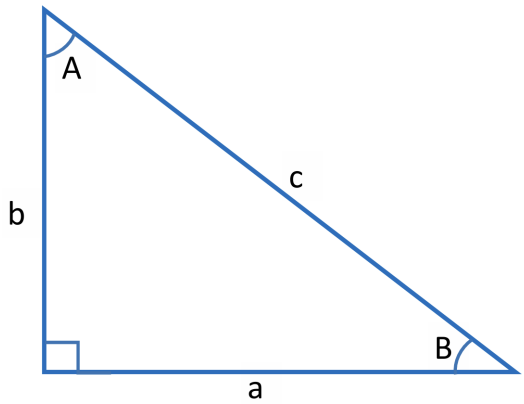
Nombre	Figura	Superficie	Volumen
Esfera		$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3.$
Cilindro circular recto		$2\pi r h$	$\pi r^2 h$ o $\frac{\pi d^2}{4} h.$

Cono circular recto		$\pi r(r+g)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h.$
Frusto de cono (Cono circular trunco)		$\pi(r_1+r_2)l$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2+r_1r_2+r_2^2).$

1.2 Fórmulas de trigonometría

Identidades trigonométricas fundamentales

$\operatorname{sen}^2 A+\cos^2 A=1$	$\operatorname{sen}^2 A=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2A$
$\sec^2 A-\tan^2 A=1$	$\cos^2 A=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2A$
$\csc^2 A-\cot^2 A=1$	$\operatorname{sen} 2A=2\operatorname{sen} A\cos A$
$\operatorname{sen} A\csc A=1$	$\cos 2A=\cos^2 A-\operatorname{sen}^2 A$
$\cos A\sec A=1$	$\operatorname{sen}(A\pm B)=\operatorname{sen} A\cos B\pm\cos A\operatorname{sen} B$
$\tan A\cot A=1$	$\cos(A\pm B)=\cos A\cos B\pm\operatorname{sen} A\operatorname{sen} B$
$\operatorname{sen}(-A)=-\operatorname{sen} A$	$\tan(A\pm B)=\frac{\tan(A)\pm\tan(B)}{1\mp\tan(A)\tan(B)}$
$\cos(-A)=\cos A$	$\operatorname{sen}\frac{A}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}$
$\tan(-A)=-\tan A$	$\cos\frac{A}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}$
$\operatorname{sen} A\cos B=\frac{1}{2}[\operatorname{sen}(A-B)+\operatorname{sen}(A+B)]$	$\operatorname{sen} A\operatorname{sen} B=\frac{1}{2}[\cos(A-B)-\cos(A+B)]$
	$\cos A\cos B=\frac{1}{2}[\cos(A-B)+\operatorname{sen}(A+B)]$



Ley de los senos	$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$
Ley de los cosenos	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$
Ley de las tangentes	$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan\frac{1}{2}(A+B)}{\tan\frac{1}{2}(A-B)}$

1.3 Álgebra lineal

1.3.1 Números complejos

Teorema de De Moivre	$[r(\cos\theta + i\operatorname{sen}\theta)]^n = r^n(cos(n\theta) + i\operatorname{sen}(n\theta))$	n: número entero
Raíces de números complejos	$[r(\cos\theta + i\operatorname{sen}\theta]^{\frac{1}{n}}$ $= r^{\frac{1}{n}}[(cos(\frac{\theta+2k\pi}{n}) + isen(\frac{\theta+2k\pi}{n})]$	n: número entero positivo k=0,1,2,...,n-1

1.4 Geometría analítica en el espacio

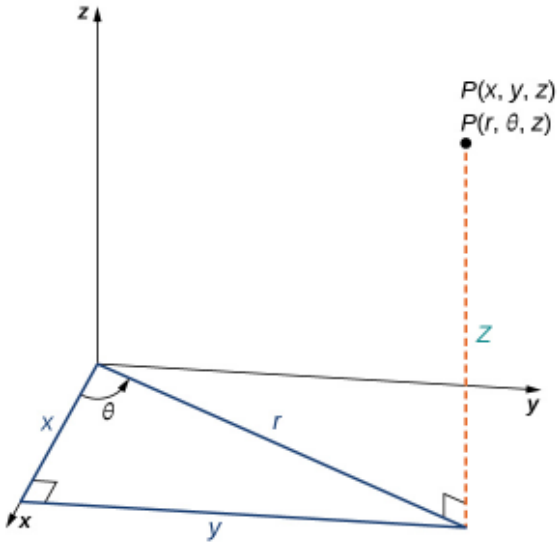
Considerando $P_1(x_1, y_1, z_1)$ y $P_2(x_2, y_2, z_2)$

Vector que une P_1 y P_2	$\vec{P_1P_2} = [(x_2 - x_1), (y_2 - y_1), (z_2 - z_1)] = [l, m, n]$
Distancia entre dos puntos	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$
Recta que pasa por dos puntos	Forma paramétrica $x = x_1 + lt \quad y = y_1 + mt \quad z = z_1 + nt$
	Forma simétrica $t = \frac{x-x_1}{l} \quad t = \frac{y-y_1}{m} \quad t = \frac{z-z_1}{n}$
Cosenos directores	$\cos\alpha = \frac{x_2-x_1}{d} = \frac{l}{d} \cos\beta = \frac{y_2-y_1}{d} = \frac{m}{d} \cos\gamma = \frac{z_2-z_1}{d} = \frac{n}{d}$

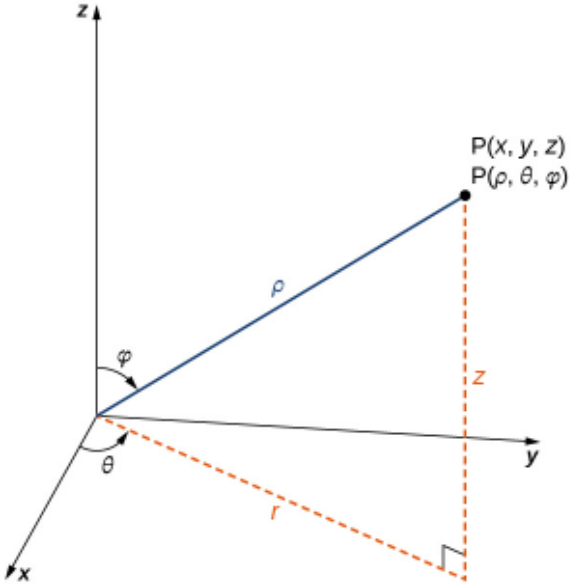
	donde α, β, γ son los ángulos que forman la línea de puntos de P_1 y P_2 con la parte positiva de los ejes x, y, z respectivamente
	$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$
Ecuación del plano	Que pasa por un punto $P_1(x_1, y_1, z_1)$ y tiene vector normal $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ $n_1(x - x_1) + n_2(y - y_1) + n_3(z - z_1) = 0$
	Forma general $Ax + By + Cz + D = 0$
	Distancia del punto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ al plano $Ax + By + Cz + D = 0$ $d = \frac{\lvert Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$
	Ángulo entre dos rectas en el plano $\tan\alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$

1.4.1 Cambio de coordenadas

1. Coordenadas cilíndricas (r,θ,z) $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,\text{sen}\,\theta \\ z = z \end{cases}$ o $\begin{cases} r = \sqrt{x^2+y^2} \\ \theta = \arctan\left(\dfrac{y}{x}\right), \quad \text{con } x \neq 0 \\ z = z \end{cases}$.



2. Coordenadas esféricas (r,θ,ϕ) $\begin{cases} x = r\,\text{sen}\,\theta\cos\phi \\ y = r\,\text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,\phi \\ z = r\cos\theta \end{cases}$ o $\begin{cases} r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ \phi = \arctan\left(\dfrac{y}{x}\right), \quad \text{con } x \neq 0 \\ \theta = \cos^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) \end{cases}$.


z
P(x, y, z)
P(ρ, θ, φ)
ρ
φ
z
θ
y
r
x

1.5 Cálculo diferencial e integral

1.5.1 Tabla de derivadas

Consideremos que c es una constante y u, v, w son funciones de la variable x.

1. $\frac{d}{dx}(c) = 0$
2. $\frac{d}{dx}(x) = 1$
3. $\frac{d}{dx}(u + v - w) = \frac{d}{dx}(u) + \frac{d}{dx}(v) - \frac{d}{dx}(w)$
4. $\frac{d}{dx}(cv) = c\frac{d}{dx}(v)$
5. $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{d}{dx}(v) + v\frac{d}{dx}(u)$
6. $\frac{d}{dx}(v^n) = nv^{n-1}\frac{d}{dx}(v)$
7. $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
8. $\frac{d}{dx}(\sqrt[n]{v}) = \frac{\frac{dv}{dx}}{n\sqrt[n]{v^{n-1}}}$
9. $\frac{d}{dx}(\frac{u}{v}) = \frac{v\frac{d}{dx}(u) - u\frac{d}{dx}(v)}{v^2}$
10. $\frac{d}{dx}(\frac{u}{c}) = \frac{\frac{d}{dx}(u)}{c}$
11. $\frac{d}{dx}|x| = \frac{x}{|x|} = sgn(x), \ (x \neq 0)$
12. $\frac{d}{dx}(\ln v) = \frac{1}{v}\frac{d}{dx}(v)$
13. $\frac{d}{dx}(\log v) = \frac{\log e}{v}\frac{d}{dx}(v)$
14. $\frac{d}{dx}(a^v) = a^v \ln a \frac{d}{dx}(v)$
15. $\frac{d}{dx}(e^v) = e^v\frac{d}{dx}(v)$
16. $\frac{d}{dx}(u^v) = u^v\left(\frac{dv}{dx}\ln|u| + v\frac{d}{dx}\ln u\right)$
17. $\frac{d}{dx}(x^x) = x^x(1 + \ln x)$
18. $\frac{d}{dx}(\operatorname{sen} v) = \cos v\frac{d}{dx}(v)$
19. $\frac{d}{dx}(\cos v) = -\operatorname{sen} v\frac{d}{dx}(v)$
20. $\frac{d}{dx}(\tan v) = \sec^2 v\frac{d}{dx}(v)$
21. $\frac{d}{dx}(\cot v) = -\csc^2 v\frac{d}{dx}(v)$
22. $\frac{d}{dx}(\sec v) = \sec v \tan v\frac{d}{dx}(v)$
23. $\frac{d}{dx}(\csc v) = -\csc v \cot v\frac{d}{dx}(v)$
24. $\frac{d}{dx}(\operatorname{arc\,sen} v) = \frac{\frac{d}{dx}(v)}{\sqrt{1-v^2}}$
25. $\frac{d}{dx}(\arccos v) = -\frac{\frac{d}{dx}(v)}{\sqrt{1-v^2}}$
26. $\frac{d}{dx}(\arctan v) = \frac{\frac{d}{dx}(v)}{1+v^2}$
27. $\frac{d}{dx}(\operatorname{arccot} v) = -\frac{\frac{d}{dx}(v)}{1+v^2}$
28. $\frac{d}{dx}(\operatorname{arcsec} v) = \frac{\frac{d}{dx}(v)}{v\sqrt{v^2-1}}$
29. $\frac{d}{dx}(\operatorname{arccsc} v) = -\frac{\frac{d}{dx}(v)}{v\sqrt{v^2-1}}$
30. $\frac{d}{dx}\operatorname{senh} x = \cosh x = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$
31. $\frac{d}{dx}\cosh x = \operatorname{senh} x = \frac{e^x-e^{-x}}{2}$
32. $\frac{d}{dx}\tanh x = \sec h^2 x$
33. $\frac{d}{dx}sechx = -\tanh x(sechx)$
34. $\frac{d}{dx}cschx = -\coth x(cschx)$
35. $\frac{d}{dx}\cot hx = -\csc h^2 x$
36. $\frac{d}{dx}\operatorname{argsenh} x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
37. $\frac{d}{dx}\operatorname{argcosh} x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
38. $\frac{d}{dx}\operatorname{argtanh} x = \frac{1}{1-x^2}$
39. $\frac{d}{dx}\arg sechx = \frac{-1}{|x|\sqrt{1-x^2}}$
40. $\frac{d}{dx}\arg cschx = \frac{-1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$
41. $\frac{d}{dx}\operatorname{argcoth} x = -\frac{1}{x^2-1}$

1.5.2 Derivadas de las funciones hiperbólicas y de las hiperbólicas inversas

$$\frac{d}{dx}\operatorname{senh}^{-1} u = \frac{1}{\sqrt{u^2+1}}\frac{du}{dx} \qquad \frac{d}{dx}\cosh^{-1} u = \frac{\pm 1}{\sqrt{u^2-1}}\frac{du}{dx} \quad \left[+ \text{ si } u>0, u>1 \text{ y } - \text{ si } u<0, u<1\right]$$

$$\frac{d}{dx}\tanh^{-1} u = \frac{1}{1-u^2}\frac{du}{dx} \qquad [-1<u<1]$$

$$\frac{d}{dx}\coth^{-1} u = \frac{1}{1-u^2}\frac{du}{dx} \qquad [u>1 \text{ o } u<-1]$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{sech}^{-1} u = \frac{\pm 1}{u\sqrt{u^2-1}}\frac{du}{dx} \quad [- \text{ si } \operatorname{sech} u>0, 0<u<1 \quad + \text{ si } \operatorname{sech} u<0, 0<u<1]$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{csch}^{-1} u = \frac{-1}{|u|\sqrt{1+u^2}}\frac{du}{dx} = \frac{\pm 1}{u\sqrt{1+u^2}}\frac{du}{dx} \quad [- \text{ si } u>0 + \text{ si } u<0]$$

Además si $z(u)$ depende de u y a su vez $u(x)$ depende de x, entonces la regla de la cadena nos dice que

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{du}\frac{du}{dx}.$$

1.5.3 Tabla de integrales

Considerar que k es una constante y que $v(x)$, $u(x)$ son funciones que dependen de la variable x.

Integrales básicas.

1. $\int dx = x + c.$
2. $\int k\,dx = k\int dx = kx + c.$
3. $\int (u+v-w)\,dx = \int u\,dx + \int v\,dx - \int w\,dx + c.$
4. $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \qquad n \neq -1.$
5. $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln x + c.$
6. $\int e^x\,dx = e^x + c.$
7. $\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + c.$ ‘
8. $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Integrales que contienen $a+bx$

9. $\int (a+bx)^n dx = \frac{(a+bx)^{n+1}}{b(n+1)} + c, \qquad n \neq -1.$

10. $\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b}\ln|a+bx| + c.$

11. $\int \frac{xdx}{a+bx} = \frac{1}{b^2}[a+bx-a\ln(a+bx)] + c.$

12. $\int \frac{xdx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^2}[\frac{a}{a+bx} + \ln(a+bx)] + c.$

13. $\int \frac{x^2dx}{a+bx} = \frac{1}{b^3}[\frac{1}{2}(a+bx)^2 - 2a(a+bx) + a^2\ln(a+bx)] + c.$

14. $\int \frac{x^2dx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^3}\left[a+bx-\frac{a^2}{a+bx} - 2a\ln(a+bx)\right] + c.$

15. $\int \frac{xdx}{(a+bx)^3} = \frac{1}{b^2}\left[-\frac{1}{a+bx} + \frac{a}{2(a+bx)^2}\right] + c.$

16. $\int \frac{dx}{x(a+bx)} = -\frac{1}{a}\ln(\frac{a+bx}{x}) + c.$

17. $\int \frac{dx}{x^2(a+bx)} = -\frac{1}{ax} + \frac{b}{a^2}\ln(\frac{a+bx}{x}) + c.$

18. $\int \frac{dx}{x(a+bx)^2} = \frac{1}{a(a+bx)} - \frac{1}{a^2}\ln(\frac{a+bx}{x}) + c.$

19. $\int x\sqrt{a+bx}\,dx = \frac{2(3bx-2a)(a+bx)^{\frac{3}{2}}}{15b^2} + c.$

20. $\int x^2\sqrt{a+bx}\,dx = \frac{2(8a^2-12abx+15b^2x^2)(a+bx)^{\frac{3}{2}}}{105b^3} + c.$

21. $\int \frac{x}{\sqrt{a+bx}}dx = \frac{2(bx-2a)\sqrt{a+bx}}{3b^2} + c.$

22. $\int \frac{x^2}{\sqrt{a+bx}}dx = \frac{2(8a^2-4abx+3b^2x^2)\sqrt{a+bx}}{15b^3} + c.$

23. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}}dx = \frac{1}{\sqrt{a}}\ln\left(\frac{\sqrt{a+bx}-\sqrt{a}}{\sqrt{a+bx}+\sqrt{a}}\right) + c$, para $a>0$.

24. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}}dx = \frac{2}{\sqrt{-a}}\arctan\sqrt{\frac{a+bx}{-a}} + c$, para $a<0$.

25. $\int \frac{\sqrt{a+bx}}{x}dx = 2\sqrt{a+bx} + a\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} + c.$

26. $\int x^n\sqrt{a+bx}\,dx = \frac{2}{b(2n+1)}\left[x^n(a+bx)^{\frac{3}{2}} - na\int x^{n-1}\sqrt{a+bx}\,dx\right].$

27. $\int \frac{x^n}{\sqrt{a+bx}}dx = \frac{2x^n\sqrt{a+bx}}{b(2n+1)} - \frac{2na}{b(2n+1)}\int \frac{x^{n-1}dx}{\sqrt{a+bx}}$

28. $\int \frac{1}{a^2+b^2x^2}dx = \frac{1}{ab}\arctan\frac{bx}{a} + c$

Integrales que contienen $\pm a^2 \pm x^2$

29. $\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\operatorname{arcsen}\frac{x}{a} + c$

30. $\int (a^2-x^2)^{n/2}\,dx = \frac{x(a^2-x^2)^{n/2}}{n+1} + \frac{na^2}{n+1}\int (a^2-x^2)^{\frac{n}{2}-1}\,dx \qquad n \neq -1$

31. $\int x(a^2-x^2)^{n/2}\,dx = -\dfrac{(a^2-x^2)^{\frac{n}{2}+1}}{n+2} + c \qquad n \neq -2$

32. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx = \operatorname{arcsen}\frac{x}{a} + c$

33. $\int \frac{1}{a^2-x^2}\,dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{x-a}\right| + c$

34. $\int \frac{1}{b^2x^2-a^2}\,dx = \frac{1}{2ab}\ln\left(\frac{bx-a}{bx+a}\right) + c$

35. $\int \sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2}\ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) + c$

36. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}\,dx = \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) + c$

37. $\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x}\,dx = \sqrt{a^2-x^2} - a\ln\left(\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}\right) + c$

38. $\int \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x}\,dx = \sqrt{x^2+a^2} - a\ln\left(\frac{a+\sqrt{x^2+a^2}}{x}\right) + c$

39. $\int x(a^2-x^2)^{n/2}\,dx = -\frac{(a^2-x^2)^{\frac{n}{2}+1}}{n+2} + c$

40. $\int x^2(a^2-x^2)^{n/2}\,dx = -\frac{x(a^2-x^2)^{\frac{n}{2}+1}}{n+3} + \frac{a^2}{n+3}\int (a^2-x^2)^{n/2}\,dx$

41. $\int \dfrac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx = \operatorname{arcsen}\left(\frac{x}{a}\right) + c$

42. $\int \dfrac{1}{x\sqrt{a^2-x^2}}\,dx = -\frac{1}{a}\ln\left(\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}\right) + c$

43. $\int \dfrac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx = -\sqrt{a^2-x^2} + c$

44. $\int \dfrac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx = -\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}arcsen\left(\frac{x}{a}\right) + c$

45. $\int \frac{du}{u\sqrt{a^2+u^2}} = -\frac{1}{a}\ln\left(\frac{\sqrt{a^2+u^2}+a}{u}\right) + C$

46. $\int \dfrac{dx}{x\sqrt{a^2+x^2}} = -\dfrac{1}{a}\ln\left(\dfrac{\sqrt{a^2+x^2}+a}{x}\right) + C$

47. $\int \dfrac{dx}{x^2\sqrt{a^2+x^2}} = -\dfrac{\sqrt{a^2+x^2}}{a^2x} + C$

48. $\int \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}} + C$

49. $\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\operatorname{sen}^{-1}\frac{x}{a} + C$

50. $\int x^2\sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{8}(2x^2-a^2)\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^4}{8}\operatorname{sen}^{-1}\frac{x}{a} + C$

51. $\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x}\,dx = \sqrt{a^2-x^2} - a\ln\left|\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}\right| + C$

52. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-x^2}} = \operatorname{arc\,sen}\frac{x}{a} + C$

53. $\int \frac{du}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$

54. $\int \frac{du}{u\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{1}{a}\sec^{-1}\left|\frac{x}{a}\right| + C$

55. $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = -\sqrt{a^2-x^2} + C$

56. $\int \frac{x\,dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{2}\ln|a^2+x^2| + C$

57. $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \sqrt{x^2-a^2} + C$

58. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$

59. $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x+a}{x-a}\right| + C$

60. $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$

Integrales trigonométricas

61. $\int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x + c$

62. $\int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x + c$

63. $\int \tan x\,dx = \ln|\sec x| + c$

64. $\int \cot x\,dx = \ln|\operatorname{sen} x| + c$

65. $\int \sec x\,dx = \ln|\sec x + \tan x| + c$

66. $\int \csc x\,dx = \ln|\csc x - \cot x| + c$

67. $\int \operatorname{sen}^2 x\,dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\operatorname{sen} 2x + c$

68. $\int \cos^2 mx\,dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\operatorname{sen} 2x + c$

69. $\int \tan^2 x\,dx = \tan x - x + c$

70. $\int \cot^2 x\,dx = \cot x - x + c$

71. $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$

72. $\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c$

73. $\int \operatorname{sen}^n x\,dx = -\frac{\operatorname{sen}^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n}\int \operatorname{sen}^{n-2} x\,dx$

74. $\int \cos^n x dx = \frac{\cos^{n-1} x \operatorname{sen} x}{n} + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2} x\,dx$

75. $\int \tan^n x dx = \frac{\tan^{n-1} x}{n-1} - \int \tan^{n-2} x\,dx$

76. $\int \cot^n x\,dx = \frac{\cot^{n-1} x}{n-1} - \int \cot^{n-2} x\,dx$

77. $\int \sec^n x\,dx = \frac{\tan x \sec^{n-2} x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2} x\,dx$

78. $\int \csc^n x\,dx = \frac{\cot x \csc^{n-2} x}{n-2} + \frac{n-2}{n-1}\int \csc^{n-2} x\,dx$

79. $\int \operatorname{sen}^n x \cos x\,dx = \frac{\operatorname{sen}^{n+1} x}{n+1} + c$

80. $\int \cos^n x \operatorname{sen} x\,dx = -\frac{\cos^{n+1} x}{n+1} + c$

81. $\int \operatorname{sen} x \cos x\,dx = -\frac{1}{2}\cos^2 x + c$

82. $\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + c$

83. $\int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + c$

84. $\int \operatorname{sen}^3 x\,dx = -\frac{1}{3}(2 + \operatorname{sen}^2 x)\cos x + C.$

85. $\int \cos^3 x\,dx = \frac{1}{3}(2 + \cos^2 x)\operatorname{sen} x + C.$

86. $\int \tan^3 x\,dx = \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + C.$

87. $\int \cot^3 x\,dx = -\frac{1}{2}\cot^2 x - \ln|\operatorname{sen} x| + C.$

88. $\int \sec^3 x\,dx = \frac{1}{2}\sec x \tan x + \frac{1}{2}\ln|\sec x + \tan x| + C.$

89. $\int \sec ax \cos bx\,dx = -\frac{\cos((a-b)x)}{2(a-b)} - \frac{\cos((a+b)x)}{2(a+b)} + C.$

90. $\int \operatorname{sen}(ax)\operatorname{sen}(bx)\,dx = \frac{\operatorname{sen}((a-b)x)}{2(a-b)} - \frac{\operatorname{sen}((a+b)x)}{2(a+b)} + C.$

91. $\int \cos(ax)\cos(bx)\,dx = \frac{\operatorname{sen}((a-b)x)}{2(a-b)} + \frac{\operatorname{sen}((a+b)x)}{2(a+b)} + C.$

92. $\int x^n \cos(x)\,dx = x^n \operatorname{sen}(x) - n\int x^{n-1}\operatorname{sen}(x)\,dx.$

93. $\int x \operatorname{sen} x\,dx = \operatorname{sen} x - \cos x + C.$

94. $\int x^n \operatorname{sen}^{-1} x\,dx = \frac{1}{n+1}\left[x^{n+1}\operatorname{sen}^{-1} x - \int \frac{x^{n+1}dx}{\sqrt{1-x^2}}\right], \quad n \neq -1.$

95. $\int x^n \cos^{-1} x\,dx = \frac{1}{n+1}\left[x^{n+1}\cos^{-1} x + \int \frac{x^{n+1}dx}{\sqrt{1-x^2}}\right], \quad n \neq -1.$

96. $\int x^n \tan^{-1} x\,dx = \frac{1}{n+1}\left[x^{n+1}\tan^{-1} x - \int \frac{x^{n+1}dx}{\sqrt{1+x^2}}\right], \quad n \neq -1.$

97. $\int x\cos^{-1} x, dx = \frac{2x^2-1}{4}\cos^{-1} x - \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + C$

98. $\int x\tan^{-1} x, dx = \frac{x^2+1}{2}\tan^{-1} x - \frac{x}{2} + C.$

Integrales trigonométricas inversas

99. $\int \operatorname{arc\,sen} x\,dx = x\operatorname{arc\,sen} x + \sqrt{1-x^2} + c$

100. $\int \arccos x\,dx = x\arccos x - \sqrt{1-x^2} + c$

101. $\int \arctan x\,dx = x\arctan x - \ln(\sqrt{1+x^2}) + c$

102. $\int \operatorname{arc\,cot} x\,dx = x\operatorname{arc\,cot} x + \ln(\sqrt{1+x^2}) + c$

103. $\int \operatorname{arc\,sec} x\,dx = x\operatorname{arc\,sec} x - \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + c$

104. $\int \operatorname{arc\,csc} x\,dx = x\operatorname{arc\,csc} x + \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + c$

Integrales trigonométricas hiperbólicas

105. $\int \operatorname{senh} x\,dx = \cosh x + c$

106. $\int \cosh x\,dx = \operatorname{senh} x + c$

107. $\int \tanh x\,dx = \ln(\cosh x) + c$

108. $\int \coth x\,dx = \ln(\operatorname{senh} x) + c$

109. $\int \operatorname{sech} x\,dx = \arctan(\operatorname{senh} x) + c$

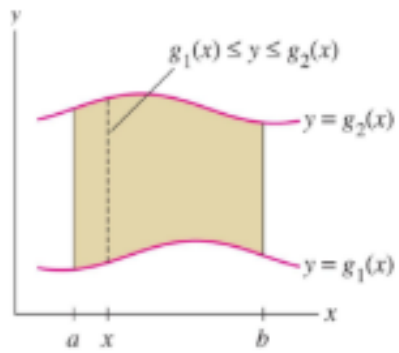
110. $\int \operatorname{csch} x\,dx = \ln(\tanh \frac{x}{2}) + c$

Teorema del valor medio para integrales

111. $f_{prom} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$

1.6 Cálculo vectorial

1.6.1 Integrales múltiples



Integrales dobles o Integrales de área:

$$\int_a^b \int_{y=f_1(x)}^{y=f_2(x)} F(x,y)\,dy\,dx = \int_a^b \left(\int_{y=f_1(x)}^{y=f_2(x)} F(x,y)\,dy \right) dx$$

$$\int_c^d \int_{x=g_1(y)}^{x=g_2(y)} F(x,y)\,dx\,dy = \int_c^d \left(\int_{x=g_1(y)}^{x=g_2(y)} F(x,y)\,dx \right) dy$$

Estos conceptos se pueden ampliar para considerar integrales triples o de volumen así como integrales múltiples en más de tres dimensiones.

1. Producto punto
$$\begin{cases} \text{donde } \vec{a} = \langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle,\ \vec{b} = \langle b_1, b_2, b_n, \ldots \rangle \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta, \quad 0 \le \theta \le \pi. \\ \text{donde } \theta \text{ es el ángulo formado entre } \vec{a} \text{ y } \vec{b} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \end{cases}$$

2. Producto cruz
$$\begin{cases} \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \\ = (a_2 b_3 - a_3 b_2)\hat{i} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\hat{j} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\hat{k} \\ \text{donde } \vec{a} = a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k} \quad \text{y} \quad \vec{b} = b_1 \hat{i} + b_2 \hat{j} + b_3 \hat{k} \\ \text{Magnitud del producto cruz: } |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \operatorname{sen}\theta \end{cases}$$

	En paramétrico arbitrario t	En parámetro s (longitud de arco)
Vector tangente unitario	$T(t) = \frac{\vec{r}'(t)}{\lvert\vec{r}'(t)\rvert}$	$T(s) = \vec{r}'(s)$
Vector normal principal	$N(t) = \vec{r}'(t) \times \lvert T'(t)\rvert$	$N(s) = \frac{\hat{r}''(s)}{\lvert\hat{r}''(s)\rvert}$
Vector binomial	$B(t) = \frac{\vec{r}' \times \vec{r}''(t)}{\lvert\vec{r}' \times \vec{r}''(t)\rvert}$	$B(s) = \frac{\vec{r}'(s) \times \vec{r}''(s)}{\lvert\vec{r}''(t)\rvert}$

Los vectores unitarios T, N, B guardan la relación B = T × N, N = B × T, T = N × B

	Ecuación vectorial	Ecuación paramétrica
Recta tangente en t_0	$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + t\vec{r}'(t_0)$	$\frac{x-x_0}{x_0'} = \frac{y-y_0}{y_0'} = \frac{z-z_0}{z_0'}$
Plano Osculador (T, N) en t_0	$B(0) \cdot (r - r_0) = 0$	$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x_0' & y_0' & z_0' \\ x_0'' & y_0'' & z_0'' \end{vmatrix} = 0$
Plano normal	$(T(0) \cdot (r - r_0)) = 0$	$x_0'(x-x_0) + y_0'(y-y_0) + z_0'(z-z_0) = 0$
Plano rectificante$(T, B) \quad en \quad (t_0)$	$N(0) \cdot (r - r(t_0)) = 0$	$\alpha(x-x_0) + \beta(y-y_0) + \gamma(z-z_0) = 0$

1.6.2 Torsión

$$t(\tau) = \frac{\overrightarrow{r}'(t) \cdot [\overrightarrow{r}''(t) \times \overrightarrow{r}'''(t)]}{|\overrightarrow{r}'(t) \times \overrightarrow{r}''(t)|^2}$$

1.6.3 Curvatura

$$k(t) = \frac{|\overrightarrow{r}'(t) \times \overrightarrow{r}''(t)|}{|\overrightarrow{r}'(t)|^3}$$

$$k(s) = |\overrightarrow{r}''(s)|$$

$$k = \frac{|f''(x)|}{[1 + (f'(x))^2]^{2/3}}$$

1.6.4 Componentes tangencial y normal de la aceleración

$$a_T = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{\vec{v}}$$

$$a_N = \frac{\vec{v} \times \vec{a}}{\vec{v}}$$

1.6.5 Operadores vectoriales

Sean U = U(x, y, z) , una función escalar, y $\vec{F} = \vec{F}$(x, y, z) , una función vectorial, ambas con derivadas parciales:

El operador $nabla$	$\nabla = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$
El gradiente de $f(x, y, z)$	$\text{grad}(U) = \nabla U = \frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)U$
La divergencia de $\overrightarrow{F}(x, y, z)$ es	$\text{div}\vec{F}=\nabla\cdot\vec{F}=\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\cdot(\overrightarrow{F}_1\hat{i} + \overrightarrow{F}_2\hat{j} + \overrightarrow{F}_3\hat{k})$ $= \frac{\partial\overrightarrow{F}_1}{\partial x} + \frac{\partial\overrightarrow{F}_2}{\partial y} + \frac{\partial\overrightarrow{F}_3}{\partial z}$
El rotacional de $\vec{F}(t)$ es	$rot\vec{F} = \nabla\times\vec{F} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_1 & F_2 & F_3 \end{bmatrix} =$ $(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}) \times (\vec{F}_1\hat{i} + \vec{F}_2\hat{j} + \vec{F}_3\hat{k}) =$ $(\frac{\partial F_3}{\partial y} - \frac{\partial F_2}{\partial z})\hat{i} + (\frac{\partial F_1}{\partial z} - \frac{\partial F_3}{\partial x})\hat{j} + (\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y})\hat{k}$
El laplaciano de $f(x, y, z)$ es	$\nabla^2 U = \nabla\cdot(\nabla U) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$
Proyección	$\text{Proy}(\vec{a}_{\vec{b}}) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert}$
Longitud de arco en forma paramétrica	$L = \int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\, dt$

1.6.6 Propiedades de la Divergencia

$$\nabla\cdot(\vec{F} + \vec{G}) = \nabla\cdot\vec{F} + \nabla\cdot\vec{G}$$

$$\nabla\cdot(\phi\vec{F}) = \phi\nabla\cdot\vec{F} + (\nabla\phi)\cdot\vec{F}$$

$$\nabla\cdot(\vec{F}\times\vec{G}) = \vec{G}\cdot(\nabla\times\vec{F}) - \vec{F}\cdot(\nabla\times\vec{G})$$

1.7 Tabla de transformada de Laplace $\mathscr{L}$

$$\mathscr{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt$$

No.	$f(t)$	$F(s)$
1	C (constante)	$\frac{C}{s}$
2	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad n \neq 0$ y $n \in \mathbb{N}$
3	t^n	$\frac{\Gamma(n+1)}{s^{n+1}}, \quad n > -1$
4	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
5	$\operatorname{senh}(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
6	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
7	$\operatorname{sen}(kt)$	$\frac{k}{s^2+k^2}$
8	$\cos(kt)$	$\frac{s}{s^2+k^2}$
9	$e^{at} f(t)$	$F(s-a)$
10	$f(t-a)U(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
11	$t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$
12	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^\infty F(p)\, dp$
13	$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \cdots - f^{(n-1)}(0)$
14	$\int_0^t f(\tau)\, d\tau$	$\frac{F(s)}{s}$
15	$f * g = \int_0^t f(\tau) g(t-\tau)\, d\tau$	$F(s)G(s)$
16	$f(t)$ función periódica de periodo τ	$\frac{1}{1-e^{-s\tau}} \int_0^\tau f(t) e^{-st}\, dt$
17	$\delta(t)$	1
18	$\delta(t-t_0)$	$e^{-t_0 s}$

1.8 Serie de Fourier

$$f(x) = \frac{a}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos(nw_0 t) + b_n \operatorname{sen}(nw_0 t)\right]$$

$$\text{Frecuencia angular: } w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(t)\,dt$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(t)\cos(nw_0 t)\,dt$$

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(t)\operatorname{sen}(nw_0 t)\,dt$$

1.9 Probabilidad y estadística

1.9.1 Probabilidad

$$P(A) = \frac{\text{número de formas en que puede ocurrir } A}{\text{número de eventos simples diferentes}}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$\mu = \sum[x \cdot P(x)] \quad \text{Media de una distribución de probabilidad}$$

$$\sigma = \sqrt{\sum[x^2 \cdot P(x)] - \mu^2} \quad \text{Desviación estándar de una distribución de probabilidad}$$

$$\mu = \frac{\sum(f \cdot x)}{N} = \sum\left[\frac{f \cdot x}{N}\right] = \sum\left[x \cdot \frac{f}{N}\right] = \sum[x \cdot P(x)]$$

$$\sigma = \sqrt{\sum[(x-\mu)^2 \cdot P(x)]}$$

$$E = \sum [x \cdot P(x)]$$

1.9.2 Estadística

Anchura de clase	$\approx \dfrac{\text{(valor más alto) - (valor más bajo)}}{\text{número de clases}}$
Frecuencia relativa	$\dfrac{\text{frecuencia de clase}}{\text{suma de todas las frecuencias}}$
Frecuencia porcentual	$\dfrac{\text{frecuencia de clase}}{\text{suma de todas las frecuencias}} \times 100\,\%$
Media de la distribución de frecuencias	$\bar{x} = \frac{\sum(f \cdot x)}{\sum f}$
Media ponderada	$\bar{x} = \frac{\sum(w \cdot x)}{\sum w}$
Media cuadrática	$\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$
Mediana	(límite inferior de clase de la mediana) + (anchura de clase) $\left(\frac{\left(\frac{n+1}{2}\right)-(m+1)}{\text{frecuencia de la mediana}}\right)$
Rango	(valor máximo) - (valor mínimo)
Varianza	$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i-\mu)^2}{N}$
Muestra	$z = \frac{x-\bar{x}}{s}$
Población	$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

Desviación estándar de una muestra	$s = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}}$
Desviación estándar de la población	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\mu)^2}{N}}$
Desviación estándar de una distribución de frecuencias	$s = \sqrt{\frac{n[\sum(f \cdot x^2)]-[\sum(f \cdot x)]^2}{n(n-1)}}$

Valor estandarizado

Percentil del valor x	$\dfrac{\text{número de valores menores que } x}{\text{número total de valores}} \cdot 100$
Rango intercuartil (o RIC)	$Q_3 - Q_1$

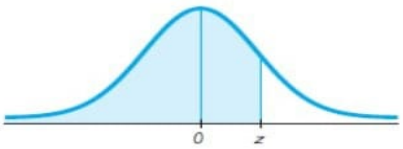
Rango semi-intercuartil	$\frac{Q_3-Q_1}{2}$
Rango de percentiles $10-90$	$P_{90}-P_{10}$
Decil	$\frac{k\cdot(n+1)}{10}$ donde $k=1,2,3,4,5,6,7,8,9$
Cuartil	$\frac{k\cdot(n+1)}{4}$ donde $k=1,2,3$

Tabla 1.11. Distribuciones y sus fórmulas

Distribución	Fórmulas
Distribución binomial	$P(x)=\frac{n!}{(n-x)!x!}\cdot p^x\cdot q^{n-x}$ para $x=0,1,2,\ldots,n$ $\mu=np$ $\sigma^2=npq$
Distribución de Poisson	$P(x)=\frac{\mu^x\cdot e^{-\mu}}{x!}$ $\mu=np$ $\sigma=\sqrt{\mu}$

1.9.3 Distribución Normal

$$\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E \quad \text{donde} \quad E = z_{a/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Puntuaciones z POSITIVAS

TABLA A-2 (*continuación*) Área acumulativa de la IZQUIERDA

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495 *	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949 *	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.50 y mayores	.9999									

NOTA: Para valores de z por encima de 3.49, utilice 0.9999 para el área.
*Utilice estos valores comunes, que resultan por interpolación:

Puntuación z	Área
1.645	0.9500
2.575	0.9950

Valores comunes críticos

Nivel de confianza	Valor crítico
0.90	1.645
0.95	1.96
0.99	2.575

1.9.4 Correlación lineal

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

1.9.5 Regresión lineal

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

$$b_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \qquad b_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

1.10 Fórmulas Misceláneas

Área en coordenadas polares	$\frac{1}{2}\int_\alpha^\beta r^2\, dr$
Ecuaciones paramétricas de la cicloide para $t \in \mathbb{R}$	$x = r(t - \operatorname{sen} t) \quad y = r(1 - \cos t)$
Trabajo	$W = \int_a^b \vec{F} \cdot \vec{d}r,$
Masa	$m = \int\int_R \rho(x,y)\, dA$
Centro de masa con respecto de x	$M_x = \int\int_R y\rho(x,y)\, dA$
Centro de masa con respecto de y	$M_y = \int\int_R x\rho(x,y)\, dA$

Centro de gravedad de una región plana	$\bar{x} = \frac{\int_a^b x f(x)\,dx}{\int_a^b f(x)\,dx} \quad \bar{y} = \frac{1}{2}\frac{\int_a^b [f(x)]^2\,dx}{\int_a^b f(x)\,dx}$
Momento de inercia de R respecto al origen	$I_0 = \int\int_R (x^2+y^2)\rho(x,y)\,dA$
Área de la superficie generada al girar la gráfica de f alrededor de x	$S = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$

Volumen del sólido de revolución generado al girar la gráfica de f alrededor del eje y	$V = 2\pi \int_a^b x f(x)\,dx$
Cálculo del volumen por método de discos	$V = \pi \int_a^b (f(x))^2\,dx$
Ecuación del resorte helicoidal	$\vec{r}(t) = (a\cos t, a\,\mathrm{sen}\,t, bt)$
Derivada direccional	$D_{\hat{u}} f(x,y,z) = \nabla f(x,y,z)\cdot \hat{u}$
Ecuación satisfecha por la carga de un circuito RLC	$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E(t)$
Fuerza ejercida por un fluido	$F = \int_a^b \upsilon y^2 L(y)\,dy$
Fuerza de flotación	$F_B = \rho_{fluido} g V$
Fuerza que actúa sobre un líquido encerrado en un tubo	$F = A\rho g \Delta h$
Método numérico de Newton-Raphson	$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$

Av. Universidad 1200, col. Xoco, Alcaldía Benito Juárez, C.P. 03330,
Ciudad de México. Tel. (55) 3600-2511, ext. 65068
e-mail: d_docencia@tecnm.mx www.tecnm.mx
ESPACIO 100% LIBRE DE PLÁSTICO

2 Física

2.1 Constantes

Carga electrón	-1.6022×10^{-19} C
Carga protón	$+1.6022 \times 10^{-19}$ C
Masa electrón	$m_e = 9.1095 \times 10^{-31}$ kg
Masa protón	$m_p = 1.67252 \times 10^{-27}$ kg
Masa neutrón	$m_n = 1.679 \times 10^{-27}$ kg
Constante de Planck	$h = 6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} = 6.626 \times 10^{-27}\,\mathrm{erg \cdot s}$
Constante de Rydberg	$R_H = 2.179 \times 10^{-18}\,\mathrm{J} = 2.179 \times 10^{-11}\,\mathrm{erg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \times 10^{9}\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$
Constante dieléctrica de permitividad del vacío	$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/Nm^2}$
Constante de Faraday	$F = 96485.3321\,\mathrm{C/mol}$
Constante de Boltzmann	$k = 1.3806 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2K^4)}$

Constante gravitacional	$G = 6.672 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$
Constante universal de los gases	$R = 8.314\,\mathrm{J/(mol \cdot K)} = 8.314\,\mathrm{Pa \cdot m^3/(mol \cdot K)}$ $= 0.0821\,\mathrm{L \cdot atm/(mol \cdot K)}$
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A} = 1.2566 \times 10^{-6}\,\mathrm{H/m}$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = 9.274 \times 10^{-24}\,\mathrm{J/T}$
Electrón-volt	$1\,\mathrm{eV} = 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$
Unidad de masa atómica (uma)	$u = 1.6605 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Número de Avogadro	$N_A = 6.023 \times 10^{23}$
Volumen molar	$V_m = 22.4\,\mathrm{L}$
Punto triple del agua	$T_r = 273.15\,\mathrm{K}$
Velocidad de la luz	$c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$
Radio medio de la Tierra	$r_{mT} = 6.37 \times 10^6\,\mathrm{m}$
Distancia de la Tierra a la Luna	$d_{T-L} = 3.84 \times 10^8\,\mathrm{m}$
Masa de la Tierra	$m_T = 5.976 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
Masa de la Luna	$m_L = 7.36 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}$
Aceleración gravitacional en la Tierra	$g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$
Aceleración gravitacional en la Luna	$g_L = 1.62\,\mathrm{m/s^2}$
Densidad del agua	$\rho_{agua} = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$

2.2 Factores de conversión

$1\,\mathrm{N} = 0.2248\,\mathrm{lb} = 10^5\,\mathrm{dina}$
$1\,\mathrm{kcal} = 4186.8\,\mathrm{J} = 3.97\,\mathrm{Btu} = 3087.5\,\mathrm{lb\cdot pie} = 1.56\times10^{-3}\,\mathrm{Hph} = 632.18\,\mathrm{CVh}$
$1\,\mathrm{Btu} = 0.252\,\mathrm{kcal} = 778\,\mathrm{lb\cdot pie}$
$1\,\mathrm{Hp} = 1.014\,\mathrm{CVh}$
$1\,\mathrm{W} = 0.860\,\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{h}}$
$1\,\mathrm{J} = 2.778\times10^{-7}\,\mathrm{kWh} = 9.481\times10^{-4}\,\mathrm{Btu} = 10^7\,\mathrm{erg} = 6.242\times10^{18}\,\mathrm{eV} = 0.2389\,\mathrm{cal}$
$1\,\mathrm{eV} = 1.6\times10^{-12}\,\mathrm{erg}$
$1\,\mathrm{Hp} = 550\,\frac{\mathrm{lb\cdot pie}}{\mathrm{s}} = 745.7\,\mathrm{W} = 2545\,\frac{\mathrm{Btu}}{\mathrm{h}} = 178.1\,\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{s}}$
$1\,\mathrm{T} = 10^5\,\mathrm{G}$
$1\,\mathrm{mi} = 1609\,\mathrm{m}$
$1\,\mathrm{pie} = 30.48\,\mathrm{cm}$
$1\,\mathrm{bar} = 10^5\,\mathrm{Pa} = 14.5\,\frac{\mathrm{lb}}{\mathrm{in}^2}$
$1\,\mathrm{lbm} = 454\,\mathrm{g}$
$1\,\mathrm{atm} = 14.7\,\frac{\mathrm{lb}}{\mathrm{in}^2} = 1.013\times10^5\,\mathrm{Pa} = 760\,\mathrm{mm\ Hg}$
$1\,\mathrm{Å} = 10^{-10}\,\mathrm{m} = 10^{-8}\,\mathrm{cm} = 10\,\mathrm{nm}$
$1\,\mathrm{nm} = 10^{-9}\,\mathrm{m}$
$K =^\circ \mathrm{C} + 273.15$
$1\,\mathrm{m} = 1000\,\mathrm{mm}$
$1\,\mathrm{L} = 1000000\,\mathrm{mm}^3$

2.3 Cinemática y Dinámica

Posición	$\vec{r}(t) = x_{(t)}\hat{i} + y_{(t)}\hat{j} + z_{(t)}\hat{k}$
Aceleración	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
Aceleración directa	$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t + \frac{v^2}{\rho}\hat{u}_n \quad \vec{v} = v\hat{u}_t$
Acelereción respecto a la posición	$\vec{a} = (r'' - r'\theta^2)\hat{u}_r + (r''\theta + 2r'\theta')\hat{u}_\theta$
Velocidad respecto a la posición	$\vec{v} = r'\hat{u}_r + r\theta'\hat{u}_\theta$
Velocidad	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
Fuerza	$\vec{F} = \mathrm{m}\,\vec{a} = \left(\frac{W}{g}\right)\vec{a}, \quad W: \text{peso}$
Gravedad Especifica	$SG = \frac{\rho_{sust}}{\rho_{agua}}$
Fuerza Gravitacional	$\mathrm{F} = \mathrm{G}\,\frac{mM}{r^2}$
	$\sum \mathrm{F} = \mathrm{m}\,\frac{dv}{dt}$
Energía cinética rotacional	$k = \frac{1}{2}Iw^2$

2.3.1 Impulso y cantidad de movimiento

Ímpetu o cantidad de movimiento	$\vec{p} = m\vec{v}$
impulso	$\vec{I} = \int \vec{F}\,dt$
	$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

2.4 Movimiento rectilineo uniformemente acelerado (MRUA)

Posición	$x = x_0 + vt$
Velocidad media	$\overline{v} = \frac{1}{2}(v + v_0)$
velocidad	$v = v_0 + at$
Movimiento rectilinio	$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$
	$x_{B/A} = x_B - x_A$
	$v_{B/A} = v_B - v_A$
	$a_{B/A} = a_B - a_A$

2.5 Estática

$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$ Componentes rectangulares de $\vec{F}$ en el espacio

$F_x = F\cos\theta_x \quad , \quad F_y = F\cos\theta_y \quad , \quad F_z = F\cos\theta_z$

$\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z = 1$

$\cos\theta_x = \frac{F_x}{|F|}, \quad \cos\theta_y = \frac{F_y}{|F|}, \quad \cos\theta_z = \frac{F_z}{|F|} = \vec{F} = F\lambda_{AB} = F\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|}$

$F = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}$

2.6 Momento

Momento de F con respecto a O	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$
Momento de F aplicada en A relativo a B	$\vec{M}_{B/A} = \vec{r}_A \times \vec{F} = (\vec{r}_A - \vec{r}_B) \times \vec{F}$
Momento de F respecto a un eje	$\vec{M}_{\overline{OL}} = \hat{i} \cdot \vec{M}_O = \hat{i} \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$
Teorema de Varignon	$\vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots) = \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \ldots$

2.6.1 Condiciones de sistemas equivalentes

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}^*$$
$$\sum \vec{M}_O = \sum \vec{M}_O^*$$

2.6.2 Condiciones de equilibrio

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$$
$$\vec{M}_O = \sum \vec{M}_O = \sum (\vec{r} \times \vec{F}) = 0$$

2.7 Trabajo, energía y conservación de la energía

Trabajo mecánico ($\lvert\vec{F}\rvert$)	F= $\vec{F}\cdot\vec{d}$
Potencia	P= $\frac{U}{t}$ =$\frac{\vec{F}\cdot\vec{r}}{t}$ =$\vec{F}\cdot\vec{v}$
Eficiencia	η= $\frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}}$
Teorema trabajo-energía	U= Δ K = $K_f - K_i$
Cinética	K= $\frac{1}{2}mv^2$
Energía potencial gravitacional	V(y) = mgy
	$V_e = \frac{1}{2}kx^2$
Cambio de entropía	$\Delta S = \int \frac{C_v}{T}\,dT$

2.8 Electricidad y magnetismo

Ley de Coulomb	$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r} \quad F = k\frac{\lvert q_1 q_2\rvert}{r^2} \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$
Campo Eléctrico	General: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ Carga puntual: $\vec{E} = \frac{kQ}{r^3}\hat{r}$ Distribución de carga lineal: $\vec{E} = k\int_\ell \frac{\lambda}{r^3}\hat{r}\,d\ell$ Distribución de carga superficial: $\vec{E} = k\int_S \frac{\sigma}{r^3}\hat{r}\,dS$ Distribución de carga volumétrica: $\vec{E} = k\int_v \frac{\rho r}{r^3}\hat{r}\,dv$
Ley de Gauss	$\Phi_{\text{Total}} = \text{Q}_{Fnc}$ $\epsilon\oint \vec{E}\,d\vec{s} = \int_v \rho v\,dv$
Flujo Eléctrico	$\Phi_E = \epsilon\int \vec{E}\cdot d\vec{A}$

Potencial Eléctrico	$V = \frac{U}{q}$ o $V = k\frac{Q}{r}$, con $k = 8.988109\, Nm^2/C^2$ constante de Coulomb, Q = carga puntual, r =distancia desde la carga
Potencial Eléctrico entre 2 Puntos	$V_{ab} = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q} = -\frac{W_{ab}}{q} = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$
Energía Potencial Electrostática	$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \cdots +$ [todos los pares]

2.9 Capacitancia

Capacitancia	q = CV
De placas paralelas	$C = \kappa\epsilon_0\frac{A}{d}$
Constante dieléctrica	C $=\epsilon\frac{A}{d}$ $\quad \epsilon = \kappa\epsilon_0$
Cilíndrico	$C = \kappa\epsilon_0\frac{2\pi l}{\ln(b/a)}$
Energía Almacenada en un Capacitor	$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV$
Densidad de Energía	U $= u = \frac{1}{2}\kappa\epsilon_0 E^2$

2.9.1 Corriente, Resistencia y Fuerza Electromotriz

Corriente eléctrica	i= $\frac{dq}{dt}$ i= $nqvA$
Densidad de Corriente	$j = \frac{i}{A} = \sum_i n_i q_i v_i$
Resistividad	$\rho = \frac{E}{j}$
Resistencia	$R = \frac{V}{I} = \rho\frac{l}{A}$
Variación de R con la temperatura	$R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$

Ley de mallas	$V_{ab} = \sum IR - \sum \mathscr{E}$
Ley de nodos	$\sum i_{ent} = \sum i_{sal}$
$\sum$ Elev de potencial= $\sum$ caídas de potencial	$\sum \quad v_i = 0$ algebraica
Potencia Eléctrica	$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R}$

2.10 Magnetismo

Fuerza magnética ($\vec{v}: velocidad$	$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB\alpha$
Campo magnético dónde: r: Distancia a: Radio N: Número de vueltas $\vec{\ell}$: Elemento de longitud	B=$\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ B=$\frac{\mu_0 i}{2a}$ B=$\frac{\mu_0 N i}{2\pi R}$ $\vec{F} = i\ell \times \vec{B}i = \ell B\alpha$ dB =$\frac{\mu_0 i}{4\pi a}$ sen$\theta\, d\theta$ B=$\frac{i}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$
Par magnético N: número de vueltas A: área de la espira B: campo magnético θ: ángulo entre el campo magnético y la normal al área	$\tau = NiAB\,\text{sen}\,\theta$

	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$
Flujo magnético	$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$
Fuerza electromotriz ϵ: Fuerza electromotriz N: Número de vueltas $\frac{d\Phi_B}{dt}$: Derivada del flujo magnético	$\epsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$ $\epsilon = -\upsilon B\ell$

2.11 Termodinámica

Eficiencia para un ciclo	$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}$
Eficiencia sistema estacionario	$\eta = \frac{W_S}{Q_T}$
Ecuación de calor	Q=$mc_p\Delta T$
Expansión termodinámica	$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$ $\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T$ $\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta T$
Ley de los gases ideales (R_u: Constante universal de los gases ideales)	PV= mRT R=$\frac{\bar{R}_u}{\bar{M}}$

2.11.1 Primera Ley de la Termodinámica

Trabajo	$P = \int P\,dV$
Sistemas cerrados	$Q = \Delta U + W$
Sistemas abiertos	$Q = \Delta H + W_s$
Entalpía	$H = U + PV$
Entalpía de formación	$\Delta H = \Delta U + RT\Delta n_{\text{gas}}$
Capacidad calorífica	$C = C_p m$

2.11.2 Segunda Ley de la Termodinámica

Relación entre funciones termodinámicas
$dU = TdS - PdV$
$dH = TdS + VdP$
$dF = -SdT - PdV$
$dG = -SdT + VdP$

Ley de Hess	$\Delta H^0 = \Delta H^0_{f.n} - \Delta H^0_{f.r}$ $\Delta H^0 = \Delta H^0_{\text{productos}} - \Delta H^0_{\text{reactivos}}$
Ecuación de Clapeyron	$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H_0}{T\Delta V_m} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$
Ecuación de Clausius-Clapeyron	$\ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{\Delta H_0}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$

2.12 Electroquímica

F :constante de Faraday z : número de electrones transferidos I : intensidad de corriente	$m = \frac{MIt}{zF}$ $\Delta G^0 = -nFE^0_{\text{celda}} = -RT \ln k_{eq}$ $E = E^0 - \frac{0{,}0592}{n} \log k \quad @\ 298\ \text{K}$ $E = E^0 - \frac{2{,}303RT}{nF} \log k_e q$

2.13 Óptica

Velocidad de propagación	$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$
n: Índice de refracción c: Velocidad de la luz en el vacío	$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}$
Ley de Snell	$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$
Velocidad de la Luz	$c = f\lambda$

2.14 Mecánica de fluidos

Donde ρ es la densidad del fluido	$P = P_0 + \rho g h$ o $\rho = \frac{m}{V}$
Presión	$P = \frac{F}{A}$
Ecuación de Bernoulli	$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$
Gasto	$Q = vA$
Ecuación de continuidad	$v_1 A_1 = v_2 A_2$
Flujo másico	$\dot{m} = \rho A v$

2.15 Índices de Refracción

Material	Índice de refracción	Material	Índice de refracción
Hielo	1.309	Glicerina	1.473
Poliestireno	1.490	Aire	1.000
Sal Mineral	1.544	Agua	1.333
Diamante	2.417	Circón	1.923
Benceno	1.501	Cloruro de Sodio	1.554
Disulfuro de Carbono	1.628	Fluorita	1.434
Etanol	1.361	Alcohol etílico	1.360

3 Química

3.1 Teoría de Bohr y series espectrales

μ: momento magnético en magnetones de Bohr
n: número de electrones no apareados
Constante de Boltzmann: $1.381 \times 10^{-23}\ \frac{J}{K}$
Magneton de Bohr: $1\,\text{M.B.} = \frac{eh}{4\pi mc} = 9.274\,\frac{\text{ergs}}{\text{g}} \times 10^{-21}$
h = Constante de Plank $= 6.62607 \times 10^{-34}[J \cdot s]$
c = Velocidad de la luz en el vacio $= 2.99792 \times 10^{8}[m \cdot s^{-1}]$
m = Masa de electrón $9.10938 \times 10^{-31}[kg]$
q = Carga del electrón $1.60217 \times 10^{-19}[C]$
$c = 3 \times 10^{8}\ \frac{m}{s}$
$V \propto n$
$E = h\nu$
$E_F = W_0 + E_c$

$E_F = h \cdot f$
$E_F = \frac{h \cdot c}{\lambda}$
$W_0 = h \cdot f_0$
$E_C = \frac{1}{2} m v^2$
$E_C = q \cdot V$
$\text{Potencia} = \frac{\text{Trabajo}}{\text{Tiempo}}$
$c = \lambda \nu$
$\lambda = \frac{h}{mv}$
$P = h\nu_0$
$\Delta x \cdot \Delta P \geq \frac{h}{4\pi}$
$E = E_c + h\nu_0$
$\mu = \sqrt{n(n+2)}$
$E_c = \frac{1}{2} m v^2$
$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$
$\Delta E = R_H \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right)$
$R_H^* = 109677\,\text{cm}^{-1}$
$U = \frac{3}{2} k_B T$

3.2 Concentracion de disoluciones

Porcentaje	
por ciento en masa	$\frac{\text{masa del soluto}}{\text{masa de la disolución}} \times 100\,\%$
por ciento en volumen	$\frac{\text{volumen del soluto}}{\text{volumen de la disolución}} \times 100\,\%$
por ciento en masa/volumen	$\frac{\text{masa del soluto}}{\text{volumen de la disolución, ml}} \times 100\,\%$
formula de dilución	$V_1 C_1 = V_2 C_2$

partes por millón	$\text{ppm} = \frac{\text{masa de soluto (g)}}{\text{masa de disolución (g)}} \times 10^6$
Molalidad	$m = \frac{\text{moles de soluto}}{\text{kilogramos de disolvente}}$
Molaridad	$M = \frac{\text{moles de soluto}}{\text{V en litros de disolución}}$
Normalidad	$N = \frac{\#\text{EQ}}{\text{V en litros de disolución}}$

3.3 Potenciales estándar de reducción a 25 °C

← Fuerza oxidante creciente

Semirreacción	**E°** (V)
$Li^+(ac) + e^- \rightarrow Li(s)$	-3.05
$K^+(ac) + e^- \rightarrow K(s)$	-2.93
$Ba^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Ba(s)$	-2.90
$Sr^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Sr(s)$	-2.89
$Ca^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Ca(s)$	-2.87
$Na^+(ac) + e^- \rightarrow Na(s)$	-2.71
$Mg^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Mg(s)$	-2.37
$Be^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Be(s)$	-1.85
$Al^{3+}(ac) + 3e^- \rightarrow Al(s)$	-1.68
$Mn^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Mn(s)$	-1.18
$H_2O(l) + e^- \rightarrow 1/2H_2(g) + OH^-(ac)$	-0.83
$Zn^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Zn(s)$	-0.76
$Cr^{3+}(ac) + 3e^- \rightarrow Cr(s)$	-0.74
$Fe^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Fe(s)$	-0.44
$Cd^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Cd(s)$	-0.40
$PbSO_4(s) + 2e^- \rightarrow Pb(s) + SO_4^{2-}(ac)$	-0.31
$Co^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Co(s)$	-0.28
$Ni^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Ni(s)$	-0.25
$Sn^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Sn(s)$	-0.14
$Pb^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Pb(s)$	-0.13
$2H^+(ac) + 2e^- \rightarrow H_2(g)$	0.00
$Sn^{4+}(ac) + 2e^- \rightarrow Sn^{2+}(ac)$	0.13
$Cu^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$	0.34
$SO_4^{2-}(ac) + 4H^+(ac) + 2e^- \rightarrow SO_2(g) + 2H_2O(l)$	0.34
$Ag^+(ac) + e^- \rightarrow Ag(s)$	0.80
$Cu^+(ac) + e^- \rightarrow Cu(s)$	0.52
$2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow H_2(g) + 2OH^-(ac)$	0.83
$I^-(ac) + 2e^- \rightarrow I_2(s)$	0.54
$MnO_2(s) + 2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow MnO_4^{2-}(ac) + 4OH^-(ac)$	0.58
$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(ac)$	0.40
$Fe^{3+}(ac) + e^- \rightarrow Fe^{2+}(ac)$	0.77

→ Fuerza reductora creciente

↓ Fuerza oxidante creciente

$H_2O_2(ac) + 2H^+(ac) + 2e^- \rightarrow 2H_2O(l)$	1.23
$Hg_2^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow 2Hg(l)$	0.85
$Br_2(l) + 2e^- \rightarrow 2Br^-(ac)$	1.07
$Hg^{2+}(ac) + 2e^- \rightarrow Hg_2(s)$	0.85
$Fe^{3+}(ac) + e^- \rightarrow Fe^{2+}(ac)$	0.77
$Cl_2(g) + 2e^- \rightarrow 2Cl^-(ac)$	1.36
$O_2(g) + 2H^+(ac) + 2e^- \rightarrow H_2O_2(ac)$	0.70
$Au^{3+}(ac) + 3e^- \rightarrow Au(s)$	1.50
$MnO_2(s) + 4H^+(ac) + 2e^- \rightarrow Mn^{2+}(ac) + 2H_2O(l)$	1.23
$PbO_2(s) + 4H^+(ac) + 2e^- \rightarrow Pb^{2+}(ac) + 2H_2O(l)$	1.47
$MnO_4^{2-}(ac) + 8H^+(ac) + 5e^- \rightarrow Mn^{2+}(ac) + 4H_2O(l)$	1.51
$O_2(g) + 4H^+(ac) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$	1.23
$PbO_2(s) + SO_4^{2-}(ac) + 4H^+(ac) + 2e^- \rightarrow PbSO_4(s) + 2H_2O(l)$	1.77
$BrO_3^-(ac) + 6H^+(ac) + 6e^- \rightarrow Br^-(ac) + 3H_2O(l)$	1.52
$Cl_2(g) + 2e^- \rightarrow 2Cl^-(ac)$	1.36
$O_3(g) + 2H^+(ac) + 2e^- \rightarrow O_2(g) + H_2O(l)$	2.07
$F_2(g) + 2e^- \rightarrow 2F^-(ac)$	2.87

↑ Fuerza reductora creciente

3.4 Datos termodinámicos para compuestos orgánicos a 298 K

Compuesto	$M(\mathrm{g\,mol^{-1}})$	$\Delta H_f^\circ\left(\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{mol}}\right)$	$\Delta G_f^\circ\left(\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{mol}}\right)$	$S_f^\circ\left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}\right)$	$C_p\left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}\right)$	$\Delta H_s\left(\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{mol}}\right)$
C(s) (grafito)	12.011	0	0	5.740	8.527	-393.51
C(s) (diamante)	12.011	+1.895	+2.900	2.377	6.113	-395.40
CO_2(g)	44.010	-393.51	-394.36	213.74	37.11	
Hidrocarburos						
CH_4(g), metano	16.04	-74.81	-50.72	186.26	35.31	-890
CH_3(g), metilo	15.04	+145.69	+147.92	194.2	38.70	
C_2H_2(g), etino	26.04	+226.73	+209.20	200.94	43.93	-1300
C_2H_4(g), eteno	28.05	+52.26	+68.15	219.56	43.56	-1411
C_2H_6(g), etano	30.07	-84.68	-32.82	229.60	52.63	-1560
C_3H_6(g), propeno	42.08	+20.42	+62.78	267.05	63.89	-2058
C_3H_6(g), ciclopropano	42.08	+53.30	+104.45	237.55	55.94	-2091
C_3H_8(g), propano	44.09	-103.85	-23.49	269.91	73.5	-2220
C_4H_8(g), 1-buteno	56.11	-30.07	+71.01	285.51	85.65	-2717
C_4H_8(g), cis-2-buteno	56.11	+6.99	+65.95	300.94	78.91	-2710
C_4H_8(g), trans-2-buteno	56.11	-11.17	+63.06	296.59	87.82	
C_4H_{10}(g), butano	58.12	-126.15	-17.03	310.23	122.2	-3537
C_5H_{12}(g), pentano	72.15	-146.44	-8.20	348.40	120.2	
C_5H_{12}(l)	72.15	-173.1				
C_6H_6(l), benceno	78.12	+49.0	+124.3	173.3	136.1	-3268
C_6H_6(g)	78.12	+82.93	+129.72	269.31	81.67	-3302
C_6H_{12}(l), ciclohexano	84.16	-156	+26.8		156.5	-3920
C_6H_{14}(l), hexano	86.18	-198.7		204.3		-4163
$C_6H_5CH_3$(g), tolueno	92.14	+50.0	+122.0	320.7	103.6	-3953
C_7H_{16}(l), heptano	100.21	-224.4	+1.0	328.6	224.3	-4819
C_8H_{18}(l), octano	114.23	-249.9	+6.4	361.1		-5471
C_8H_{18}(l), iso-octano	114.23	-255.1				-5461
$C_{10}H_8$(s), naftaleno	128.18	+78.53				-5157
Alcoholes y fenoles						
CH_3OH(l), metanol	32.04	-238.66	-166.27	126.8	81.6	-726
CH_3OH(g)	32.04	-200.66	-161.96	239.81	43.89	-764
C_2H_5OH(l), etanol	46.07	-277.69	-174.78	160.7	111.46	-1368
C_2H_5OH(g)	46.07		-168.49	282.70	65.44	-1409

$C_6H_5OH(s)$, fenol	94.12	-165.0	-50.9	146.0		-3054
Ácidos carboxílicos, hidroxi-ácidos, y ésteres						
HCOOH(l), fórmico	46.03	-424.72	-361.35	128.95	99.04	-255
$CH_3COOH(l)$, acético	60.05	-484.5	-389.9	159.8	124.3	-875
$CH_3COOH(aq)$	60.05	-485.76	-396.46	178.7		
$(COOH)_2(s)$, oxálico	90.04	-824.0		117		-254
$C_6H_5COOH(s)$, benzoico	122.13	-385.1	-245.3	167.6	145.8	-3227
$CH_3CH(OH)COOH(s)$, láctico	90.08		-694.0			-1344
$H_3COOCH_2H_5(l)$, acetato de etilo	88.11	-479.0	-332.7	259.4	170.1	-2231
Aldehídos y cetonas						
HCHO(g), metanal	30.03	-108.57	-102.53	218.77	35.40	-571
$CH_3CHO(l)$, etanal	44.05	-192,30	-128.12	160.2		-1166
$CH_3CHO(g)$	44.05	-166.19	-128.86	250.3	57.3	-1192
$CH_3COCH_3(l)$, propanona	58.08	-248.1	-155.4	200.4	124.7	-1790
Azúcares						
$C_6H_{12}O_6(s)$, α-D-glucosa	180.16		-1274		212	-2808
$C_6H_{12}O_6(s)$, β-D-glucosa	180.16		-1268			-2810
$C_6H_{12}O_6(s)$, β-D-fructosa	180.16		-2222			-5645
$C_{12}H_{22}O_{11}(s)$, sacarosa	342.30		-1543	360.2		
Compuestos nitrogenados						
$CO(NH_2)_2(s)$, urea	60.06	-333.51	-197.33	104.60	93.14	-632
$CH_3NH_2(g)$, metilamina	30.03	-22.97	+32.16	243.41	53.1	-1085
$C_6H_5NH_2(l)$, anilina	93.13		+31.1	218.37		-3393
$C_2H_2(NH_2)COOH(s)$, glicina	75.07	-532.9	-373.4	103.5	99.2	-969
Azufre						
S(s, α (rómbico)	3.206	0	0	31.80	22.64	
S(s, β (monoclínico)	32.06	+0.33	+0.1	32.6	23.6	
SO(g)	48.06	-296.83	-300.19	248.22	39.87	
$SO_2(g)$	80.06	-395.72	-371.06	256.76	50.67	

$H_2SO_4(l)$	98.08	-813.99	-690.00	156.90	138.9	
$H_2S(g)$	34.08	-20.63	-33.56	205.79	34.23	
$SF_6(g)$	146.05	-1209	-1105.3	291.82	97.28	
Bromo						
$Br_2(l)$	159.82	0	0	152.23	75.689	
$Br_2(g)$	159.82	+30.907	+3.110	245.46	36.02	
$HBr(g)$	90.92	-36.40	-53.45	198.70	29.142	
Calcio						
$Ca(s)$	40.08	0	0	41.42	25.31	
$CaO(s)$	56.08	-635.09	-604.03	39.75	42.80	
$CaCO_3$(s, calcita)	100.09	-1206.9	-1128.8	92.9	81.85	
$CaCO_3$(s, aragonita)	100.09	-1207.1	-1127.8	88.7	81.25	
$CaF_2(s)$	78.08	-1219.6	-1167.3	68.87	67.03	
$CaCl_2(s)$	110.99	-795.8	-748.1	104.6	72.59	
$CaBr_2(s)$	199.90	-682.8	-663.6	130		
Carbono						
$CO(g)$	28.011	-110.53	-137.17	197.67	29.14	
$CO_2(g)$	44.010	-393.51	-394.36	213.74	37.11	
$CCl_4(l)$	153.82	-135.44	-65.21	216.40	131.75	
$CS_2(l)$	76.14	+89.70	+65.27	151.34	75.7	
$HCN(g)$	27.03	+135.1	+124.7	201.78	35.86	
$HCN(l)$	27.03	+108.87	+124.97	112.84	70.63	
Cloro						
$Cl_2(g)$	70.91	0	0	223.07	33.91	
$Cl_2(l)$	35.45	121.7				
$HCl(g)$	36.46	-92.31	-95.30	186.91	29.12	
Flúor						
$F_2(g)$	38.00	0	0	202.78	31.30	
$HF(g)$	20.01	-271.1	-273.2	173.78	29.13	
Fósforo						
P_4(s, blanco)	30.97	0	0	41.09	23.840	
$PH_3(g)$	34.00	+5.4	+13.4	210.23	37.11	
$PCl_3(g)$	137.33	-287.0	-267.8	311.78	71.84	
$PCl_3(l)$	137.33	-319.7	-272.3	217.1		
$PCl_5(g)$	208.24	-374.9	-305.0	364.6	112.8	
$PCl_5(l)$	208.24	-443.5				
$H_3PO_4(s)$	82.00	-964.4		110.50	106.06	
$H_3PO_4(l)$	94.97	-1279.0	-1119.1	110.50	106.06	
$H_3PO_3(s)$	94.97	-1266.9				

$P_4O_{10}(s)$	283.89	-2984.0	-2697.0	228.86	211.71	
Hidrógeno						
$H_2(g)$	2.016	0	0	130.684	28.824	
$H_2O(l)$	18.015	-285.83	-237.13	69.91	75.291	
$H_2O_2(g)$	34.015	-241.82	-228.57	188.83	33.58	
$H_2O_2(l)$	34.015	-187.78	-120.35	109.6	89.1	
Yodo						
$I_2(s)$	253.81	0	0	116.135	54.44	
$I_2(g)$	253.81	+62.44	+19.33	260.69	36.90	
$HI(g)$	127.91	+26.48	+1.70	206.59	29.158	
Nitrógeno						
$N_2(g)$	28.013	0	0	191.61	29.125	
$NO(g)$	30.01	+90.25	+86.55	210.76	29.844	
$N_2O(g)$	44.01	+82.05	+104.20	219.88	38.45	
$NO_2(g)$	46.01	+33.18	+51.31	240.06	37.20	
$N_2O_4(g)$	92.01	+9.16	+97.89	304.29	77.28	
$N_2O_5(s)$	108.01	-43.1	+113.9	178.2	143.1	
$N_2O_5(g)$	108.01	-11.3	+115.1	355.7	84.5	
$HNO_3(l)$	63.01	-174.10	-80.71	159.60	109.87	
$NH_3(g)$	17.03	-46.11	-16.45	192.45	35.06	
$NH_2OH(s)$	33.03	-114.2				
$N_2H_4(l)$	32.05	+50.63	+149.43	121.21	139.3	
$NH_4NO_3(s)$	80.05	-365.56	-183.87	151.08	84.1	
$NH_4Cl(s)$	53.49	-314.43	-202.87	94.6		
Oxígeno						
$O_2(g)$	31.999	0	0	205.138	29.355	
$O_3(g)$	4.998	+142.7	+163.2	238.93	39.20	
Potasio						
$K(s)$	39.10	0	0	64.18	29.58	
$KOH(s)$	56.11	-424.76	-379.08	78.9	64.9	
$KF(s)$	58.10	-576.27	-537.75	66.57	49.04	
$KCl(s)$	74.55	-436.68	-409.16	82.6	51.30	
$KBr(s)$	119.00	-393.80	-380.66	95.92	52.30	
$KI(s)$	166.01	-327.90	-324.89	106.32	52.93	
Sodio						
$Na(s)$	22.99	0	0	51.21	28.24	
$Na(g)$	22.99	107.000				
$NaOH(s)$	40.00	-425.61	-379.49	64.46	59.54	
$NaCl(s)$	58.44	-410.90	-384.14	72.13	50.50	

NaBr(s)	102.90	-361.06	-348.98	86.52	51.38	
NaI(s)	149.89	-287.78	-286.06	98.53	52.09	

Secretaría Académica, de Investigación e Innovación
Dirección de Docencia e Innovación Educativa

3.5 Tabla periódica

Prof Mokeur TPE

Símbolo — Número atómico — Masa atómica — Electronegatividad — Nombre — Niveles de oxidacón

	1 IA	2 IIA	3 IIIB	4 IVB	5 VB	6 VIB	7 VIIB	8 VIII	9 VIII	10 VIII	11 IB	12 IIB	13 IIIA	14 IVA	15 VA	16 VIA	17 VIIA	18 VIIIA
1	H 1 1.00794 2.20 1 -1 Hidrógeno																	He 2 4.002602 - 0 Helio
2	Li 3 6.941 0.98 1 Lithio	Be 4 9.012182 1.57 2 Berilio											B 5 10.811 2.04 3 Boro	C 6 12.0107 2.55 4 -4 Carbono	N 7 14.0067 3.04 5,3 -3 Nitrógeno	O 8 15.9994 3.44 -2 Oxígeno	F 9 18.998403 3.98 -1 Flúor	Ne 10 20.1797 - 0 Neón
3	Na 11 22.989769 0.93 1 Sodio	Mg 12 24.3050 1.31 2 Magnesio											Al 13 26.981539 1.61 3 Aluminio	Si 14 28.0855 1.90 4 -4 Silicio	P 15 30.973762 2.19 5,3 -3 Fósforo	S 16 32.065 2.58 6,4,2 -2 Azufre	Cl 17 35.453 3.16 -1 7,5,3,1 Cloro	Ar 18 39.948 - 0 Argón
4	K 19 39.0983 0.82 1 Potasio	Ca 20 40.078 1.00 2 Calcio	Sc 21 44.95592 1.36 3 Escandio	Ti 22 47.867 1.54 4 Titanio	V 23 50.9415 1.63 5 Vanadio	Cr 24 51.9961 1.66 6,3 Chromo	Mn 25 54.938045 1.557 4,2 Manganeso	Fe 26 55.845 1.83 3,2 Hierro	Co 27 58.933195 1.88 3,2 Cobalto	Ni 28 58.6934 1.91 2 Níquel	Cu 29 63.546 1.90 2,1 Cobre	Zn 30 65.38 1.65 2 Cinc	Ga 31 69.723 1.81 3 Galio	Ge 32 72.64 2.01 4,2 -4 Germanio	As 33 74.92160 2.18 5,3 -3 Arsénico	Se 34 78.96 2.55 6,4,2 -2 Selenio	Br 35 79.904 2.96 -1 5,3,1 Bromo	Kr 36 83.798 3.00 0,2 Kriptón
5	Rb 37 85.4678 0.82 1 Rubidio	Sr 38 87.62 0.95 2 Estroncio	Y 39 88.90585 1.22 3 Ytrio	Zr 40 91.224 1.33 4 Circonio	Nb 41 92.90638 1.6 5 Niobio	Mo 42 95.96 2.16 6,4 Molibdeno	Tc 43 98.9062 1.9 7,4 Technecio	Ru 44 101.07 2.2 4,3 Rutenio	Rh 45 102.90550 2.28 3 Rodio	Pd 46 106.42 2.20 4,2 Paladio	Ag 47 107.8682 1.93 1 Plata	Cd 48 112.411 1.69 2 Cadmio	In 49 114.818 1.78 3 Indio	Sn 50 118.710 1.96 4,2 -4 Estaño	Sb 51 121.760 2.05 5,3 -3 Antimonio	Te 52 127.60 2.1 6,4,2 -2 Teluro	I 53 126.90447 2.66 -1 7,5,3,1 Yodo	Xe 54 131.293 2.60 0,6 4,2 Xenón
6	Cs 55 132.90545 0.79 1 Cesio	Ba 56 137.327 0.89 2 Bario	La 57 138.90547 1.1 3 Lantano	Hf 72 178.49 1.3 4 Hafnio	Ta 73 180.94788 1.5 5 Tántalo	W 74 183.84 2,36 6,4 Wolframio	Re 75 186.207 1.9 4 Rhenio	Os 76 190.23 2.2 4 Osmio	Ir 77 192.217 2.2 4,3 Iridio	Pt 78 195.084 2.28 4,2 Platino	Au 79 196.96657 2.54 3 Oro	Hg 80 200.59 2.0 2,1 Mercurio	Tl 81 204.3833 1.62 3,1 Thalio	Pb 82 207.2 2.33 4,2 Plomo	Bi 83 208.98040 2.92 3 Bismuto	Po 84 208.9824 2.0 4,2 -2 Polonio	At 85 209.9871 2.2 -1 Astato	Rn 86 222.0176 2.2 0 Radón
7	Fr 87 223.0197 0.7 1 Francio	Ra 88 226.0254 0.9 2 Radio	Ac 89 227.0278 1.1 3 Actinio	Rf 104 261.11 - - Rutherfordio	Db 105 262.11 - - Dubnio	Sg 106 263.12 - - Seaborgio	Bh 107 262.12 - - Bohrio	Hs 108 264 - - Hassio	Mt 109 266.1378 - - Meitnerio	Ds 110 269 - - Darmstadtio	Rg 111 272 - - Roentgenio	Cn 112 277 - - Copernicio	Uut 113 284 - - Ununtrium	Fl 114 289 - - Ununquadium	Uup 115 288 - - Ununpentium	Lv 116 292 - - Ununhexium	Uus 117 293 - - Ununseptium	Uuo 118 294 - - Ununoctium

Lantánidos	6	Ce 58 140.116 1.12 4,3 Cerio	Pr 59 140.90765 1.13 3 Praseodimio	Nd 60 144.242 1.14 3 Neodimio	Pm 61 144.9127 1.13 3 Prometio	Sm 62 150.36 1.17 3 Samario	Eu 63 151.964 1.2 3,2 Europio	Gd 64 157.25 1.2 3 Gadolinio	Tb 65 158.92535 1.1 3 Terbio	Dy 66 162.500 1.22 3 Disprosio	Ho 67 164.93032 1.23 3 Holmio	Er 68 167.259 1.24 3 Erbio	Tm 69 168.93421 1.25 3 Tulio	Yb 70 173.054 1.1 3 Iterbio	Lu 71 174.9668 1.27 3 Lutecio
Actínidos	7	Th 90 232.03806 1.3 4 Torio	Pa 91 231.03588 1.5 5 Protactinio	U 92 238.02891 1.38 6 Uranio	Np 93 237.0482 1.36 5 Neptunio	Pu 94 244.0642 1.28 4 Plutonio	Am 95 243.0614 1.13 3 Americio	Cm 96 247 1.28 3 Curio	Bk 97 247.0703 1.3 3 Berkelio	Cf 98 251.0796 1.3 3 Californio	Es 99 252.03 1.3 3 Einsteinio	Fm 100 257.0951 1.3 3 Fermio	Md 101 258.01 1.3 3 Mendelevio	No 102 259.1009 1.3 3 Nobelio	Lr 103 260.1053 1.3 3 Lawrencio

Educación
Secretaría de Educación Pública
TECNológico NACIONAL DE MÉXICO

3.5.1 Valores de afinidad energía de ionización $\frac{KJ}{mol}$

H 13,6																	
Li 5,39	Be 9,32											B 8,3	C 11,26	N 14,53	O 13,62	F 17,42	Ne 21,56
Na 5,14	Mg 7,65											Al 5,99	Si 8,15	P 10,49	S 10,36	Cl 12,97	Ar 15,76
K 4,34	Ca 6,11	Sc 6,56	Ti 6,83	V 6,75	Cr 6,77	Mn 7,43	Fe 7,9	Co 7,88	Ni 7,64	Cu 7,73	Zn 9,39	Ga 6	Ge 7,9	As 9,79	Se 9,75	Br 11,81	Kr 14
Rb 4,18	Sr 5,69	Y 6,22	Zr 6,63	Nb 6,76	Mo 7,09	Tc 7,28	Ru 7,36	Rh 7,46	Pd 8,34	Ag 7,58	Cd 8,99	In 5,79	Sn 7,34	Sb 8,61	Te 9,01	I 10,45	Xe 12,13
Cs 3,89	Ba 5,21	*	Hf 6,83	Ta 7,55	W 7,86	Re 7,83	Os 8,44	Ir 8,97	Pt 8,96	Au 9,23	Hg 10,44	Tl 6,11	Pb 7,42	Bi 7,29	Po 8,41	At 9,32	Rn 10,75
Fr 4,07	Ra 5,28	**	Rf 6	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg	Cn	Nh	Fl	Mc	Lv	Ts	Og
		*	La 5,58	Ce 5,54	Pr 5,47	Nd 5,53	Pm 5,58	Sm 5,64	Eu 5,67	Gd 6,15	Tb 5,86	Dy 5,94	Ho 6,02	Er 6,11	Tm 6,18	Yb 6,25	Lu 5,43
		**	Ac 5,17	Th 6,31	Pa 5,89	U 6,19	Np 6,27	Pu 6,03	Am 5,97	Cm 5,99	Bk 6,2	Cf 6,28	Es 6,42	Fm 6,5	Md 6,58	No 6,65	Lr 4,9

3.5.2 Valores de afinidad electrónica $\frac{KJ}{mol}$

H																	
13,6																	
Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
5,39	9,32											8,3	11,26	14,53	13,62	17,42	21,56
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
5,14	7,65											5,99	8,15	10,49	10,36	12,97	15,76
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
4,34	6,11	6,56	6,83	6,75	6,77	7,43	7,9	7,88	7,64	7,73	9,39	6	7,9	9,79	9,75	11,81	14
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
4,18	5,69	6,22	6,63	6,76	7,09	7,28	7,36	7,46	8,34	7,58	8,99	5,79	7,34	8,61	9,01	10,45	12,13
Cs	Ba	*	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
3,89	5,21		6,83	7,55	7,86	7,83	8,44	8,97	8,96	9,23	10,44	6,11	7,42	7,29	8,41	9,32	10,75
Fr	Ra	**	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg	Cn	Nh	Fl	Mc	Lv	Ts	Og
4,07	5,28		6														
		*	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
			5,58	5,54	5,47	5,53	5,58	5,64	5,67	6,15	5,86	5,94	6,02	6,11	6,18	6,25	5,43
		**	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr
			5,17	6,31	5,89	6,19	6,27	6,03	5,97	5,99	6,2	6,28	6,42	6,5	6,58	6,65	4,9