

FORMATO PARA DISEÑO DE REACTIVOS

EVENTO NACIONAL ESTUDIANTIL DE CIENCIAS ENECB-CEA 2024 - ETAPA 3

Nombre del reactivo	Electrodeposición para refinerías de cobre
Clave	RM-CB-2024-01
Propuesto para la etapa	3

ÁREA DEL CONCIMIENTO

Ciencias básicas	x
------------------	---

Ciencias económico-administrativas	
------------------------------------	--

TIPO DE REACTIVO

Multidisciplinario	x
--------------------	---

Economía	
Administración	
Contabilidad	
Matemáticas	x
Física	x
Química	x

NIVEL COGNITIVO

Conocimiento	x
Comprensión	x
Aplicación	x

TIEMPO

30 minutos	
45 minutos	
90 minutos	x

Fuente	Capítulo
<p>Stewart, J. [2013]. Cálculo de una variable: trascendentes tempranas. [7ª. Ed.] México. Cengage Learning.</p> <p>Stewart, J. [2013]. Cálculo de varias variables: trascendentes tempranas. [7ª. Ed.] México. Cengage Learning.</p>	<p>Capítulo 4. Aplicaciones de la derivada.</p> <p>Capítulo 6. Aplicaciones de la integral.</p> <p>Capítulo 6. Ecuaciones paramétricas y coordenadas polares.</p>
<p>EMEW Clean Technologies. https://emew.com/es/aplicaciones-de-la-electrodeposicion-del-cobre, fecha de acceso: 18 de septiembre de 2024</p> <p>Alianza CCM-Eleva. https://ccm-eleva.cl/estandares-mineros/buscador/wp-content/uploads/2019/10/Proceso-de-Refinación-Electrolítica_v2.pdf, fecha de acceso: 18 de septiembre de 2024</p>	<p>N/A</p> <p>N/A</p>
<p>Physics, Volume 1 5th Edition, Robert Resnick</p> <p>Física para ciencias e ingeniería Volumen 1, Raymond Serway, Cengage Learning</p>	<p>Capítulo 5</p>

INSTRUMENTOS ADICIONALES PARA LA RESOLUCIÓN DEL EJERCICIO

Herramienta	Cantidad
Formulario	1 por integrante
Tabla Periódica	1 por integrante
Calculadora Científica Básica	1 por integrante
Escáner	1 proporcionado por la Institución

INSTRUMENTOS RESTRINGIDOS PARA LA RESOLUCIÓN DEL EJERCICIO

Herramienta	Cantidad
Internet	En ningún momento
Interfases de Inteligencia Artificial	En ningún momento
Software Especializado	En ningún momento
Calculadoras programables, graficadoras, que deriven e integren, que resuelvan sistemas de ecuaciones y matrices	En ningún momento

CONOCIMIENTOS

MATEMÁTICAS

Competencia Específica	Tema	Subtema
Plantea y resuelve problemas utilizando las definiciones de límite y derivada de funciones de una variable para la elaboración de modelos matemáticos aplicados.	5. Aplicaciones de la derivada.	5.9 Problemas de optimización y de tasas relacionadas.
Resolver problemas de cálculo de áreas, centroides, longitud de arco y volúmenes de sólidos de revolución.	3. Aplicaciones de la integral.	3.3 Cálculo de volúmenes de sólidos de revolución.
Establece ecuaciones de curvas planas, en coordenadas rectangulares, polares, o en forma paramétrica, para brindarle herramientas necesarias para el estudio de curvas más sofisticadas.	2. Curvas planas, ecuaciones paramétricas y coordenadas polares.	2.4 Área y longitud de arco

FÍSICA

Competencia Específica	Tema	Subtema
1. Construye modelos didácticos para la comprobación de la segunda ley de Newton	2. Dinámica	2.2.2. Segunda ley de Newton

QUÍMICA

Competencia Específica	Tema	Subtema
1. Aplica los conceptos teóricos fundamentales, leyes y principios de la termodinámica en el modelado y solución de problemas estequiométricos.	3. Química de compuestos inorgánicos y orgánicos [Nomenclatura y reacciones].	3.4. Balanceo de reacciones químicas.
2. Analizar las relaciones cuantitativas entre reactivos y productos en una reacción química por medio de cálculos estequiométricos.	4. Generalidades de gases, sólidos y líquidos.	4.1. Estado gaseoso.
	5. Reacciones químicas: Estequiometría	5.2. Cálculos estequiométricos A: Unidades de medida usuales: Número de Avogadro, Átomo-gramo, Mol-gramo, Equivalente –gramo.
		5.3. Cálculos estequiométricos B: Relación peso-peso,

		relación peso-volumen, relación limitante, relación en exceso, o rendimiento.
--	--	---

DESARROLLO DEL PROBLEMA

Planteamiento del Problema
<p>Las refinerías de cobre electrolítico tienen la necesidad de controlar sus concentraciones en el estanque de alimentación. La electrorefinación consiste en la disolución electroquímica de ánodos de cobre provenientes del proceso de fundición, este proceso tiene como base la electrólisis que mediante la aplicación de una corriente eléctrica permite purificar el cobre anódico y como resultado tener cátodos de cobre de alta pureza.</p> <p>Con el fin de controlar la concentración de cobre en el electrolito dentro de un rango definido, las refinerías de cobre usan la electrodeposición, asimismo, las impurezas presentes en el ánodo de cobre también se disolverán en el electrolito que se acumulará al paso del tiempo a menos que se les purgue. Si una disolución acuosa de sulfato cúprico se electroliza con una corriente eléctrica que fluye de forma constante en una dirección y esta tiene una intensidad de 10.11 A, conteste los siguientes cuestionamientos:</p>

CUESTIONAMIENTOS

QUÍMICA

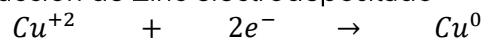
Pregunta 1	Respuesta
¿Cuánto tiempo en minutos se requiere para que se electrodepositen 5.67 g de cobre en el cátodo?	28.38 min

Pregunta 2	Respuesta
Este cobre se hace reaccionar con ácido sulfúrico, determine: ¿cuál es la cantidad de sulfato de cobre obtenida del cobre proveniente de la reacción anterior con 90 mL de ácido sulfúrico 4 M?	14.24 g
Pregunta 3	Respuesta
¿Cuál es el volumen de hidrógeno desprendido a condiciones estándares de la IUPAC, cuando el cobre obtenido de la electrodeposición reacciona con ácido sulfúrico en exceso?	1.999 L
Pregunta 4	Respuesta
El cobre obtenido de este proceso de electrorrefinación se usa para fabricar un cable de 20 m de largo con diámetro de 2.3 mm y se le coloca una diferencia de potencial de 0.15 V, determinar el número de electrones que cruzan la sección transversal en 0.9 segundos.	$1.0448 \times 10^{19} e^-$

ARGUMENTO, SOLUCIÓN EN EXTENSO Y OBSERVACIONES (QUÍMICA)

PREGUNTA 1

Reacción de Zinc electrodepositado



Aplicando la ley de Faraday

$$\frac{m}{M} \cdot z = \frac{I \cdot t}{F}$$



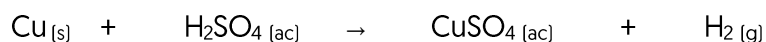
$\frac{m}{M}$ = No. Moles
 z = carga electrónica
 I = Intensidad de corriente
 t = Tiempo
 F = Constante de Faraday

$$\frac{F \cdot \frac{m}{M} \cdot z}{I} = t$$

$$t = \frac{96490 \frac{A}{s} \cdot \frac{5.67 g}{63.55 g} \cdot 2}{10.11 A}$$

$$t = 1,702.65 s = 28.38 min$$

PREGUNTA 2



1 mol de Cu produce 1 mol de CuSO₄

$$\frac{1 mol Cu}{63.55 g Cu} \cdot 5.67 g Cu = 0.0892 mol$$

Con la estequiometría de la reacción nos damos cuenta que 0.0892 mol de Cu reaccionan con 0.0892 mol de H₂SO₄ para formar 0.0892 mol de CuSO₄ y 0.0892 mol de H₂ [relación molar 1 a 1].

$$M = \frac{n}{V}$$

$$n = M \cdot V$$

$$n = 4 \frac{moles}{L} \cdot \frac{1 L}{1000 mL} \cdot 90 mL = 0.36 moles de H_2SO_4$$

La relación molar y la cantidad de cobre indican que este último es el reactivo limitante ya que 0.0892 mol de Cu reaccionarían con 0.0892 moles de H_2SO_4 . La cantidad de CuSO_4 obtenida depende de los moles obtenidos de la electrodeposición y no de los moles de H_2SO_4 porque es el reactivo en exceso.

$$\frac{159.609 \text{ g}}{1 \text{ mol CuSO}_4} \cdot 0.0892 \text{ mol} = 14.24 \text{ g CuSO}_4$$

PREGUNTA 3

Despejando V de la ley de gases ideales, obtenemos

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{P} = \frac{0.0892 \text{ mol} \cdot 0.08206 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 273.15 \text{ K}}{1 \text{ atm}} = 1.999 \text{ L de H}_2$$

PREGUNTA 4

El primer paso es calcular la resistencia del hilo, posteriormente hay que convertir la intensidad de corriente en número de electrones.

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 1.68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{20 \text{ m}}{\pi (0.00115 \text{ m})^2} = 8.08 \times 10^{-2} \Omega$$

Aplicando la Ley de Ohm:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{0.15 \text{ V}}{8.08 \times 10^{-2} \Omega} = 1.86 \text{ A}$$

Calculando el número de electrones

$$1.86 \frac{\text{C}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ e}^-}{1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}} = 1.1609 \times 10^{19} \frac{\text{e}^-}{\text{s}}$$

$$\frac{1.1609 \times 10^{19} e^-}{1 s} \cdot 0.9 s = 1.0448 \times 10^{19} e^-$$

CUESTIONAMIENTOS

MATEMÁTICAS

Pregunta 1	Respuesta
<p>Suponga que la velocidad de electrodeposición del cobre está modelada por la función:</p> $v(t) = k \cdot e^{-0.1t}$ <p>Donde $v(t)$ es la velocidad de electrodeposición (en gramos por minuto). k es una constante que depende de las condiciones del proceso.</p> <p>Si la constante $k = 2$ g/min, Calcular la cantidad total de cobre depositado en los primeros 30 minutos.</p>	19.004 g
Pregunta 2	Respuesta
<p>El cobre se utilizará para fabricar una campana cónica. La campana tiene forma de un cono truncado con un radio inferior de $r_1 = 1.15$ cm, un radio superior de $r_2 = 3.5$ cm, y una altura total de $h = 20$ cm.</p> <p>Usando integrales calcular el volumen total de cobre necesario para fabricar la campana.</p>	$V \approx 2.22 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
Pregunta 3	Respuesta
<p>Modela la trayectoria del flujo de corriente a través del cable utilizando ecuaciones paramétricas. Si la trayectoria sigue un patrón helicoidal descrito por las ecuaciones:</p> $x(t) = r \cos(t), \quad y(t) = r \sin(t), \quad z(t) = \frac{L}{2\pi} t$ <p>Calcular la longitud total de la trayectoria de la corriente para $t \in [0, 2\pi]$.</p>	$L \approx 19.96 \text{ m}$

ARGUMENTO, SOLUCIÓN EN EXTENSO Y OBSERVACIONES [MATEMÁTICAS]

PREGUNTA 1

Suponga que la velocidad de electrodeposición del cobre está modelada por la función:

$$v(t) = k \cdot e^{-0.1t}$$

Donde

$v(t)$ es la velocidad de electrodeposición [en gramos por minuto]
 k es una constante que depende de las condiciones del proceso.

Si la constante $k = 2$ g/min, calcula la cantidad total de cobre depositado en los primeros 30 minutos.

Solución:

La cantidad total de cobre depositado es la integral de la función $v(t)$ en el intervalo de tiempo dado:

$$Q = \int_0^{30} 2 \cdot e^{-0.1t} dt$$

Aplicando integración:

$$Q = \left[-\frac{2}{0.1} e^{-0.1t} \right]_0^{30}$$

$$Q = [-20e^{-0.1t}]_0^{30} = -20(e^{-3} - 1)$$

Usando ($e^{-3} \approx 0.0498$):

$$Q = -20(0.0498 - 1) = -20(-0.9502) \approx 19.004 \text{ g}$$

Respuesta

$$Q \approx 19.004 \text{ g}$$

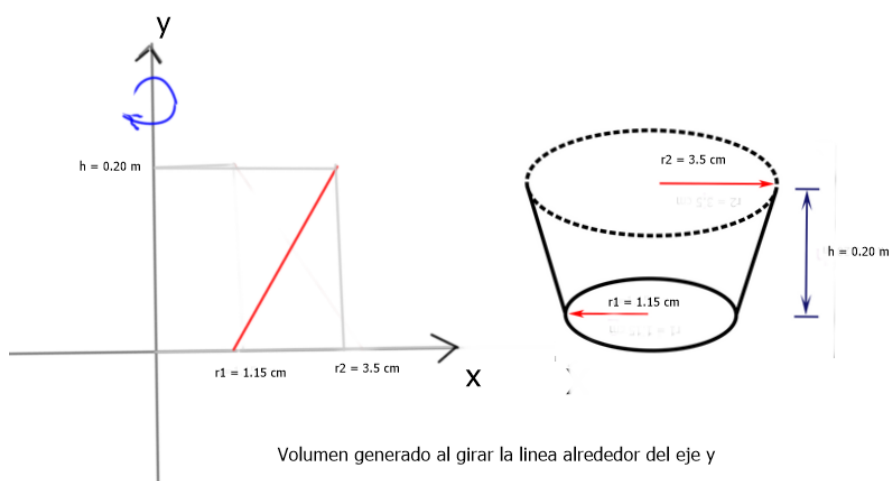
PREGUNTA 2

El cobre se utilizará para fabricar una campana cónica. La campana tiene forma de un cono truncado con un radio inferior de $r_1 = 1.15$ cm, un radio superior de $r_2 = 3.5$ cm, y una altura total de $h = 20$ cm. Queremos calcular el volumen total de cobre necesario para fabricar la campana.

Solución:

La campana cónica tiene un volumen que puede ser modelado como un sólido de revolución. Para obtener el volumen, giraremos una línea recta que conecta los radios r_1 y r_2 alrededor del eje y .

Consideramos el cono truncado alineado con el eje y . La ecuación de la línea que conecta los radios es:



$$r(y) = r_1 + \frac{(r_2 - r_1)}{h} y$$

donde:

$$r_1 = 1.15 \text{ cm}$$

$$r_2 = 3.5 \text{ cm}$$

$$h = 20 \text{ cm}$$

El volumen de la campana se obtiene integrando el área de las secciones circulares a lo largo de la altura h :

$$V = \pi \int_0^h (r(y))^2 dy$$

Sustituyendo la ecuación de $r(y)$:

$$V = \pi \int_0^h \left(r_1 + \frac{(r_2 - r_1)}{h} y \right)^2 dy$$

$$\left(r_1 + \frac{(r_2 - r_1)}{h} y \right)^2 = r_1^2 + 2r_1 \frac{(r_2 - r_1)}{h} y + \left(\frac{(r_2 - r_1)}{h} \right)^2 y^2$$

$$V = \pi \left[r_1^2 y + r_1 \frac{(r_2 - r_1)}{h} y^2 + \frac{(r_2 - r_1)^2}{3h^2} y^3 \right]_0^h$$

Evaluando en los límites $y = 0$; $y = h$

$$V = \pi \left[r_1^2 h + r_1 (r_2 - r_1) h + \frac{(r_2 - r_1)^2}{3} h \right]$$

Sustituyendo valores

$$\begin{aligned} r_1 &= 1.15 \text{ cm} = 0.0115 \text{ m} \\ r_2 &= 3.5 \text{ cm} = 0.035 \text{ m} \\ h &= 0.20 \text{ m} \end{aligned}$$

$$V = \pi \left[(0.0115)^2(0.20) + 0.0115(0.035 - 0.0115)(0.20) + \frac{(0.035 - 0.0115)^2}{3}(0.20) \right]$$

$$V \approx \pi [2.645 \times 10^{-6} + 5.29 \times 10^{-5} + 1.51 \times 10^{-5}]$$

$$V \approx \pi \times 7.065 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$V \approx 2.22 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Respuesta:

$$V \approx 2.22 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

PREGUNTA 3

Modela la trayectoria del flujo de corriente a través del cable utilizando ecuaciones paramétricas. Si la trayectoria sigue un patrón helicoidal descrito por las ecuaciones:

$$x(t) = r \cos(t), \quad y(t) = r \sin(t), \quad z(t) = \frac{L}{2\pi} t$$

Calcula la longitud total de la trayectoria de la corriente para $t \in [0, 2\pi]$.

Solución:

La longitud de una curva paramétrica se calcula con:

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt$$

Calculando las derivadas:

$$\frac{dx}{dt} = -r \sin(t), \quad \frac{dy}{dt} = r \cos(t), \quad \frac{dz}{dt} = \frac{L}{2\pi}$$

Entonces:

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{r^2 + \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2} dt$$

$$L = \sqrt{r^2 + \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2} \int_0^{2\pi} 1 dt = \sqrt{r^2 + \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2} \cdot 2$$

Sustituyendo $r = 1.15 \times 10^{-3} \text{ m}$; $L = 20 \text{ m}$

$$L = 2\pi \sqrt{(1.15 \times 10^{-3})^2 + \left(\frac{20}{2\pi}\right)^2}$$

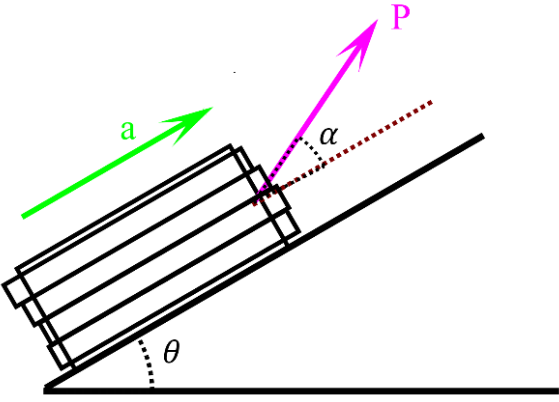
$$L \approx 2\pi \sqrt{1.3225 \times 10^{-6} + 10.13} \approx 2\pi \times 3.18 \approx 19.96 \text{ m}$$

Respuesta:

$$L \approx 19.96 \text{ m}$$

CUESTIONAMIENTOS

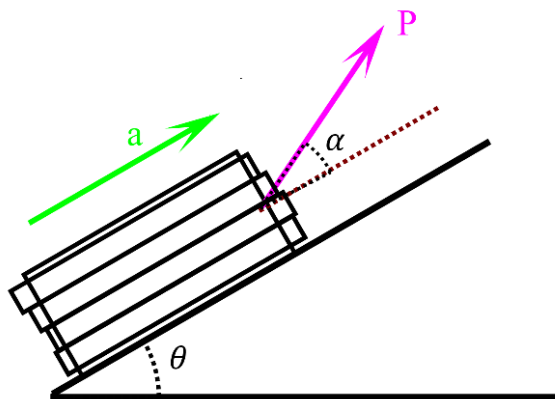
FISICA

Pregunta 1	Respuesta
<p>En otra etapa del proceso se requiere mover un contenedor donde se ha depositado placas de cobre obtenidas del proceso de electrorefinación de una masa de 25kg sobre un plano inclinado a 15°, aplicando una fuerza con un ángulo de inclinación de 30° respecto a la superficie, considerando un coeficiente de fricción cinético de 0.3 se requiere que el cargamento sea desplazado con una aceleración de 2 m/s^2 sobre el plano de inclinación. ¿Cuál es la fuerza necesaria para desplazar el contenedor sobre el plano inclinado?</p> 	<p>$P \approx 181.63\text{N}$</p>

PREGUNTA 1

En otra etapa del proceso se requiere mover un contenedor donde se ha depositado placas de cobre obtenidas del proceso de electrorefinación de una masa de 25kg sobre un plano inclinado a 15° , aplicando una fuerza con un ángulo de inclinación de 30° respecto a la superficie, considerando un coeficiente de fricción cinético de 0.3 se requiere que el cargamento sea desplazado con una aceleración de 2 m/s^2 sobre el plano de inclinación. ¿Cuál es la fuerza necesaria para desplazar el contenedor sobre el plano inclinado?

Solución



$$\begin{aligned} m &= 25\text{kg} \\ \theta &= 15^\circ \\ \alpha &= 30^\circ \\ \mu_k &= 0.3 \\ a &= 2\text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Para la solución del problema se debe de considerar la segunda ley de Newton debido a que está presente una fuerza y se necesita la consideración de una aceleración, en su forma general la segunda ley de Newton se presenta de la siguiente forma, $F = ma$, sin embargo, como este problema esta siendo analizado dentro de un plano inclinado, esta ecuación debe dividirse en dos, una información que se analiza en x y otra información que se analiza en y, por lo tanto, se debe de considerar las ecuaciones siguientes, en la cual, se ha dividido la segunda ley de Newton

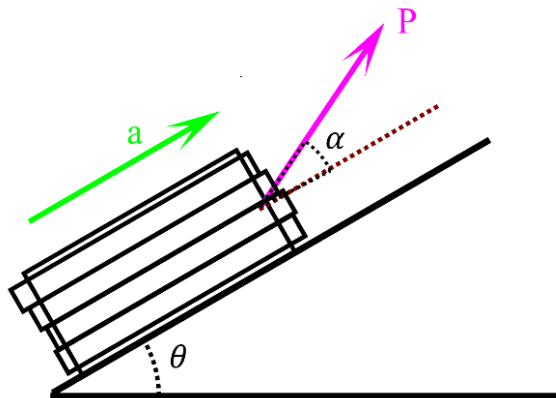
$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ \sum F_y &= ma_y\end{aligned}$$

No obstante, debido a que el movimiento solo está confinado en el eje x , es necesario hacer la siguiente simplificación dentro de las ecuaciones.

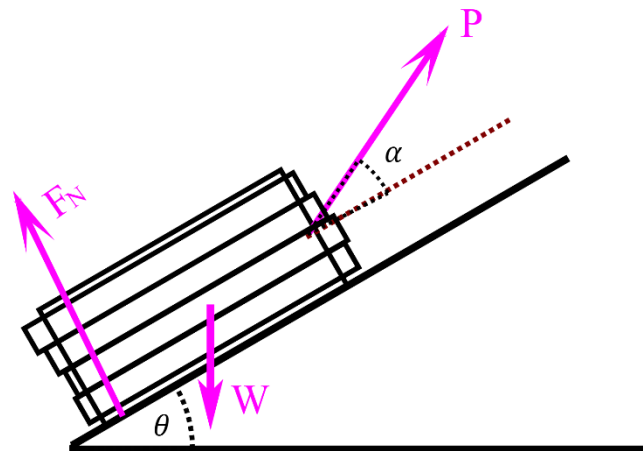
$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ \sum F_y &= 0\end{aligned}$$

Ya que la aceleración está confinada sobre el eje x , y no existe una aceleración en y . Por lo que, para su solución, debe de considerarse el diagrama original e identificar cuáles son las fuerzas que están presentes en el sistema.

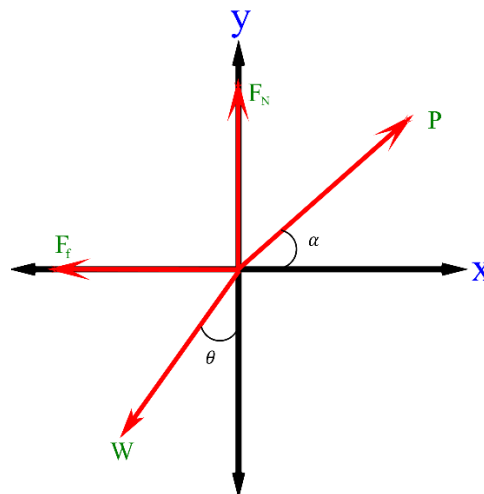
Diagrama original



Consideración de las fuerzas que están presentes en el sistema son

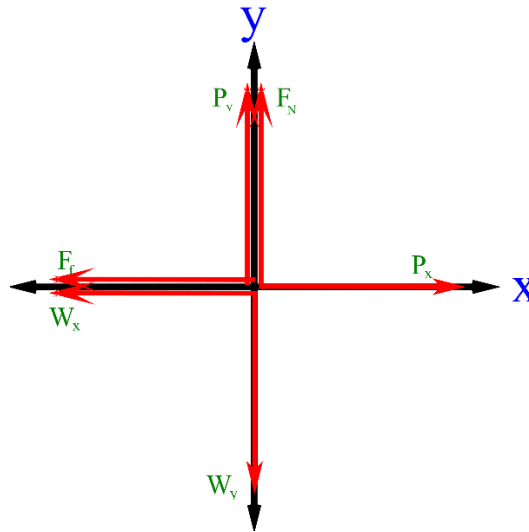


Una vez identificadas las fuerzas que están presentes en el sistema, debemos de considerar los diagramas de cuerpo libre para el análisis de la información que está presente. Por lo que el diagrama de cuerpo libre elemental es el que se muestra a continuación.



Donde está considerada la fuerza P , la fuerza normal F_N , fuerza de fricción F_f , y además el peso W , todas estas son las fuerzas que están presentes en el sistema.

Sin embargo, este sistema de fuerzas también puede ser considerado de forma equivalente con el siguiente sistema



En este diagrama de cuerpo libre observamos que la fuerza P y el peso W , pueden ser descompuesto en sus componentes ortogonales, F_x , F_y , W_x , y W_y respectivamente.

A continuación, presentamos los componentes ortogonales para cada uno de los elementos descompuestos.

$$\begin{aligned} P_y &= P \sin \alpha \\ P_x &= P \cos \alpha \\ W_y &= W \cos \theta \\ W_x &= W \sin \theta \end{aligned}$$

Además, por la definición del coeficiente de fricción, en donde se considera

$$\mu_k = \frac{F_f}{F_N}$$

Necesitamos crear las ecuaciones de movimiento para ambos ejes

Para la información en el eje horizontal

$$\sum F_x = ma_x$$

$$\sum F_x = P \cos \alpha - F_f - W \sin \theta = m a_x$$

Para la información en el eje vertical

$$\sum F_y = F_N + P \sin \alpha - W \cos \theta = 0$$

Ya que el coeficiente de fricción implica la combinación de la información del eje y dentro de la información en x, debido a que $F_f = \mu_k F_N$

Lo que necesitamos es conocer la información de la F_N , desajando en la información en y, tenemos $F_N = W \cos \theta - P \sin \alpha$

Construimos el componente de la fuerza de fricción $F_f = \mu_k (W \cos \theta - P \sin \alpha)$, para utilizarlo sobre la ecuación en el eje x, por consiguiente

$$P \cos \alpha - \mu_k (W \cos \theta - P \sin \alpha) - W \sin \theta = m a_x$$

Haciendo algebra podemos considerar la ecuación

$$P \cos \alpha - \mu_k W \cos \theta + \mu_k P \sin \alpha - W \sin \theta = m a_x$$

Factorizando los términos comunes

$$P (\cos \alpha + \mu_k \sin \alpha) = m a_x + W (\mu_k \cos \theta + \sin \theta)$$

Por lo que despejando la fuerza P que es la fuerza que nos están solicitando, tenemos la expresión final

$$P = \frac{m a_x + W (\sin \theta + \mu_k \cos \theta)}{\mu_k \sin \alpha + \cos \alpha}$$

Utilizando los valores dados en el problema donde tenemos

$$m = 25kg$$

$$\theta = 15^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu_k = 0.3$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$P = \frac{(25kg)(2 \text{ m/s}^2) + ((25kg)(9.81 \text{ m/s}^2))(\sin(15^\circ) + (0.3)\cos(15^\circ))}{(0.3)\sin(30^\circ) + \cos(30^\circ)} \approx 181.63N$$